

# VECM-CC-GARCH 모형을 이용한 KOSPI200 선물의 헷지성과 분석

권 동 안\*  
이 태 욱\*\*

## < 초 록 >

금융시장에 참여하고 있는 투자자들은 항상 가격변화의 위험에 놓여있다. 이러한 위험을 관리하는 방법으로 선물, 옵션, 스왑 등 여러 가지 파생상품이 있지만, 본 논문에서는 기초자산의 선물을 이용하여 가격 변동성 위험을 헷지 하는 방법을 연구하였다. 헷지 비율을 구하기 위해서 현물과 선물에 통계적 모형을 적합할 필요가 있으며, 전통적인 방법으로 회귀분석이 사용되고 있다. 회귀분석의 경우 최신자료에 대한 가격 변동의 민감도를 반영하지 못한다는 것을 인지하여, 이를 극복하기 위해 정교한 모형의 적합이 필요하다. 따라서 코스피200 현물과 선물, 두 금융 자료에 대해 평균모형으로 벡터오차수정모형을 적합하고, 분산 모형으로 CC-GARCH 모형을 적합함으로써 최신자료의 변동성을 즉각 반영하는 분산-공분산 행렬을 추정하고, 이를 통해 헷지비율을 구할 수 있었다. 끝으로 회귀분석과 VECM-CC-GARCH 모형으로 구한 헷지 포트폴리오를 포트폴리오의 분산, Value at risk, Expected Shortfall를 이용하여 헷지 성과에 대해 비교하였다.

주제어 : 선물, 코스피200, 헷지비율, CC-GARCH, VECM

\* 제1저자, 한국외국어대학교 통계학과, E-mail : dongan.stat@gmail.com

\*\* 교신저자, 한국외국어대학교 통계학과, 주소 : 449,791, 경기도 용인시 처인구 모현면 의대로 81, E-mail : twlee@hufs.ac.kr, 전화 : 031-330-4858

## I. 서론

우리나라 주식시장은 1980년대 자본이동의 자유화 정책을 추진하면서 1981년 외국인 전용 증권 발매, 1992년 주식시장 부분 개방, 1997년 채권시장 전면 개방, 1998년 주식시장 전면 개방으로 주식시장의 규모가 점차 확대되고 있다. 그 가운데 1997년 태국의 고정환률제 포기인 동남아시아 통화위기와 1997년 우리나라 IMF 사태, 그리고 최근 미국의 서브프라임 모기지 사태와 정보의 대량화, 정보처리 기능의 향상 등은 금융시장의 변동성을 증가 시키게 됐다. 특히 외국인 투자 비중이 높은 우리나라 주식시장은 국제시장보다 큰 폭으로 주가지수가 움직인다. 금융시장의 변동성 증가로부터 나타나는 가격위험을 효과적으로 관리하기 위해 미국을 비롯한 선진국에서는 위험관리의 수단으로 선물, 옵션, 스왑 등 여러 가지 파생상품을 개발하여 발전시키고 있다. 우리나라 금융시장도 1996년 주가지수를 거래대상으로 하는 선물시장과 옵션시장이 개설되어 많은 거래가 발생하고 있다. 파생상품에서 발생하는 수익은 기초자산의 가격에 따라 결정되기 때문에 파생상품의 가격 또한 기초자산의 가격과 밀접한 관련을 갖는다. 또 선물이나 옵션처럼 장내에서 거래되는 파생상품은 유동성이 매우 높아 쉽게 사고팔 수 있다. 이런 특성으로 인하여 파생상품은 기초자산의 투자에서 발생하는 위험을 관리하기 위한 효과적인 수단이 될 수 있다. 만일 현재 보유한 포트폴리오의 위험수준이 투자자가 원하는 적정수준에 비해 지나치게 높거나 낮으면 이 투자자는 자신의 투자 성향을 고려하여 포트폴리오를 적정수준으로 맞춰야 할 것이다. 위험관리란 이와 같이 투자자가 목표로 하는 위험수준에 맞추어 포지션의 위험을 줄이거나 높이는 활동을 말한다. 투자자금을 여러 자산에 골고루 투자하여 위험을 없애는 분산투자, 상관관계가 높은 자산들에 대해 반대거래를 하여 위험을 줄이는 헷지, 자산의 가치에 대하여 하향선을 정하고 수익에 대한 가능성을 열어두는 보험, 보험전략의 비용을 절약하기 위해 파생된 전략인 칼라 등이 대표적인 위험관리의 수단이 된다. 본 논문에서는 현물과 선물을 이용한 헷지(Hedge)전략에 대해 연구하고자 한다. 현물가격과 선물가격은 같은 방향으로 밀접하게 움직이기 때문에 현물을 보유하고 있는 투자자들은 일반적으로 선물을 매도하는 매도헷지를 이용하고 있다. 현물과 선물로 이루어진 헷지포트폴리오의

가치변화는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Delta S_t - H.R \cdot \Delta F_t \quad (1)$$

여기서  $S_t$ 는 현물가격,  $F_t$ 는 선물가격이다.  $H.R$ 는 현물 1단위당 거래해야 하는 선물의 비율이며 헷지비율이라 한다. 일반적으로 사용되는 헷지비율은 최소분산 헷지비율(minimum variance hedge ratio)이다. 최소분산 헷지비율은 식 (1)의 분산을 최소로 하는  $H.R$ 을 의미하며 현물가격의 변화와 선물가격의 변화 간의 관계에 따라 달라지고 다음과 같다.

$$H.R = \frac{\sigma_{sf}}{\sigma_f^2} \quad (2)$$

여기서  $\sigma_{s,f}$ 는  $\Delta S$ 와  $\Delta F$ 의 공분산,  $\sigma_f^2$ 는  $\Delta F$ 의 표준편차이다. 참고로 식 (2)의  $H.R$ 은  $\Delta S$ 와  $\Delta F$ 간의 선형회귀선의 기울기로 추정하는 것이 일반적이며, 이는 직관적으로 이해하기 쉬울 뿐 아니라 계산이 간단하여 가장 많이 쓰이는 방법이다. 하지만 회귀분석은 금융시계열 자료의 자기상관성을 설명하지 못할 뿐만 아니라 변동성 군집현상 또한 무시한 채 변동성을 추정하게 되는 단점이 있다. 따라서 회귀분석의 단점을 보완 할 수 있는 통계적 모형이 요구된다. 본 논문은 코스피200과 코스피200선물의 공적분 검정을 통해 평균방정식으로 오차수정모형(VECM)을 적합 한 후, 분산방정식은 변동성 군집현상을 설명할 수 있는 다변량 CC-GARCH 모형을 적합할 것이다. VECM-CC-GARCH 모형으로 코스피200과 코스피200 선물의 분산-공분산 행렬을 추정하고 이를 이용하여 최소분산 헷지비율을 구하면 다음과 같다.

$$H.R_t = \frac{\sigma_{sf}}{\sigma_f^2} | \Omega_{t-1} \quad (3)$$

본 연구의 목적은 식 (2)와 식 (3)에서 구한 헷지비율을 이용하여 각각 헷지포트폴리오를 구성하고 이에 대해 기초통계량, VaR(Value at Risk), ES(Expected Shortfall)를 비교하여 헷지 성과를 분석하는데 있다.

## II. 본론

### 1. 현물과 선물의 관계

완전경쟁, 거래비용, 세금, 배당 등이 없고, 매매스프레드가 0이며, 차입이자율과 대출이자율이 같고 공매에 대한 제약이 없는 완전시장 가정 하에 다음과 같은 현물-선물 등가식이 성립한다.

$$F = S(1+r)^T z \quad (4)$$

여기서 F는 선물가격, S는 현물가격, r은 무위험이자율, T는 선물계약의 만기일이다. 위 식은 완전시장에서 무차익원리에 의해 성립되며, 이자율이 고정되었다고 가정 할 때 현물의 가격이 상승하면 선물도 상승하고 현물이 하락하게 되면 선물도 하락한다. 하지만 실제로 완전시장은 불가능하며, 최근의 연구에서는 불완전시장에서 가격결정은 선물시장이 현물시장을 선도한다고 분석하였다 (Climent et al, 2001). 완전시장과 불완전시장의 공통점은 현물과 선물은 밀접하게 관련이 있다는 것이다. 실제로 현물과 선물의 가격은 일정한 관계를 유지 하며 크게 벗어나지 않고, 비슷한 방향으로 움직인다. 또한 현물과 선물은 가격의 변동성에도 서로 영향을 주고받을 가능성이 있다. 예를 들어 어떠한 시장충격이 가해졌을 때 거래비용이 적은 선물시장에서 즉각적으로 반응하여 가격변동이 커지고 뒤이어 현물시장에서 가격변동이 커진다면 이는 선물의 변동성이 현물의 변동성을 선도한다고 할 수 있다. 이러한 경우 선물의 변동성을 통해 현물의 변동성을 예측할 수 있어 위험관리를 하는 투자자들에게 매우 좋은 정보가 될 것이다. 따라서 현물과 선물을 동시에 고려 할 수 있는 모형을 적합하여 현물과 선물의 가격과 변동성을 체계적으로 분석해야 한다. 식 (4)의 현물과 선물은 공적분 관계에 놓여있다는 것을 암시적으로 보여주고 있으며 다음과 같이 로그를 취한 후 적당한 상수 c를 이용하여 표현할 수 있다.

$$\log S - c \cdot \log F = 0 \quad (5)$$

식 (5)를 통해 현물과 선물이 장기균형관계에 있다는 것을 예상할 수 있으며 본 연구에서는 공적분 분석을 통해 이를 확인하고 장기균형관계를 포함하고 있는 벡터오차수정모형을 이용 할 것이다. 다음으로 다변량 GARCH 모형을 이용하여 선물과 현물의 변동성과 변동성 전이효과 등을 체계적으로 분석할 것이다.

## 2. 벡터오차수정모형

공적분(Cointegration)은 그랜저와 앵글에 의하여 도입된 개념으로 적분된 변수들 사이의 장기균형관계(long-term equilibrium)로 해석할 수 있다. Michael P. Murray (1994)는 공적분 관계를 흥미롭게 설명하고 있다. 술 취한 여인과 강아지의 보행은 각각 살펴보면 랜덤워크를 따른다고 할 수 있지만, 둘이 함께 보행을 하게 되면 그들은 목적지까지 경로에서 크게 벗어나지 않고 도착한다고 설명하고 있다. 이와 마찬가지로 현물가격과 선물가격은 일반적으로 1차 적분된 비정상 시계열이고 식 (5)와 같은 장기균형관계에 있다고 할 수 있다. 이는 Johansen검증을 통해 확인 할 수 있으며 최대가능도추정법(Maximum likelihood estimation: MLE)을 통해 공적분 벡터를 추정 할 수 있다. 공적분 벡터의 수를 결정하기 위해 Johansen이 제시한 검증 방법은 트레이스(Trace) 통계량과 최대고유치(Maximum eigenvalue) 통계량이 있다. 자세한 내용은 Engle과 Granger (1987)를 참고하기 바란다. 공적분 분석을 통해 현물과 선물의 공적분 벡터의 수와 공적분 벡터의 모수를 추정하면, 다음과 같이 벡터오차수정모형으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{pmatrix} \Delta X_{1,t} \\ \Delta X_{2,t} \end{pmatrix} = \Pi \begin{pmatrix} X_{1,t-1} \\ X_{2,t-1} \end{pmatrix} + \sum_{i=1}^{p-1} \Gamma_i \begin{pmatrix} \Delta X_{1,t-i} \\ \Delta X_{2,t-i} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \epsilon_{1,t} \\ \epsilon_{2,t} \end{pmatrix} \quad (6)$$

식 (6)은 변수가 2개인 벡터오차수정모형의 일반적인 형태이며 로그를 취한 현물과 선물의 벡터오차수정모형은 아래와 같다.

$$\begin{pmatrix} r_{s,t} \\ r_{f,t} \end{pmatrix} = \alpha \beta' \begin{pmatrix} \log S_{t-1} \\ \log F_{t-1} \end{pmatrix} + \sum_{i=1}^{p-1} \Gamma_i \begin{pmatrix} r_{s,t-i} \\ r_{f,t-i} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \epsilon_{s,t} \\ \epsilon_{f,t} \end{pmatrix} \quad (7)$$

여기서  $r_{s,t}$ 와  $r_{f,t}$ 는 t시점의 현물과 선물의 로그수익률이고,  $\alpha$ 는 공적분 벡터에 대한 가중치로 해석할 수 있다. 식 (7)의 오차수정항은 현물-선물 등가식이 장기균형관계로 표현된다는 점에서 의미가 있다. 장기균형 관계를 나타내는  $\beta' \begin{pmatrix} \log S_{t-1} \\ \log F_{t-1} \end{pmatrix}$ 는 평소에는 0을 유지하지만, 이를 이탈하게 될 경우 벡터오차수정모형의 수학적 원리에 의해 균형관계를 회복하려 한다. 이 때,  $\alpha$ 의 성분값이 클수록 균형관계를 회복하는 속도가 빠르다는 것을 의미한다. 이처럼 현물과 선물에 로그를 취한 후 차분을 하면 로그수익률이 된다는 점과 식 (7)의 오차수정항은 식 (5)에 대한 장기균형관계로 표현이 가능하다는 점에서 벡터오차수정모형은 현물과 선물을

분석하는데 매우 효과적이며, 이를 실증분석을 통해 자세히 살펴볼 것이다.

### 3. 다변량 GARCH 모형

금융 시장은 평소에는 주가가 안정적으로 변화하지만, 경제적 사건이나 외부의 충격 등으로 인해 시장이 불안정해지면 주가가 요동치게 되어 변동성이 급격하게 커지고 이 상태를 한 동안 유지하다가 시장이 안정되면서 변동성도 점차 평소대로 감소하며, 이러한 현상이 반복적으로 나타난다. 이와 같은 현상을 변동성 군집현상이라 하며 Engle(1982)는 ARCH 모형을 통해 처음으로 시간가변적 변동성을 모형화 하였다. GARCH 모형은 ARCH 모형을 확대한 조건부 분산모형으로 많이 사용되고 있다. 최근에는 GARCH 모형을 확장한 다변량 GARCH 모형에 대해 많은 연구가 진행되고 있다. 다변량 GARCH 모형은 다변량 자료에 대하여 분산-공분산 행렬의 시간 가변적인 현상과 변수들 간의 자기상관성을 동시에 고려 할 수 있어 현물과 선물 시장의 변동성을 분석하는데 용이하다. 본 연구에서는 다양한 다변량 GARCH 모형 중에서 조건부 상관관계 GARCH (Conditional correlation GARCH: CC-GARCH)모형을 변동성 분석에 사용하였다. CC-GARCH 모형은 상관계수의 동태성(dynamics) 유무로 나뉘는데, 시간에 따라 상관계수가 변하지 않는 CCC-GARCH (Constant conditional correlation GARCH) 모형과 시간에 따라 상관계수가 변하는 DCC-GARCH (Dynamic conditional correlation GARCH) 모형이 있다. CCC-GARCH 모형은 상관계수 행렬을 상수로 취급하여 모수 추정을 수월하게 하는 장점이 있고, DCC-GARCH 모형은 상관계수 행렬에 모형을 설정하여 동태성을 고려하는 장점이 있다. 추가적으로 변동성 전이효과(volatility spillover)를 고려한 ECC-GARCH (Extended CC-GARCH) 모형과 EDCC-GARCH (Extended DCC-GARCH) 모형이 있다. Nakatani, Terasvirta (2008)가 일반적인 형태의 CC-GARCH 모형을 정의하였으나, 본 논문에서는 현물과 선물에 대한 모형으로 간단히 표현하고자 한다. 식 (7)의 평균방정식의 오차항을 벡터 형태인  $\epsilon_t = (\epsilon_{s,t}, \epsilon_{f,t})'$ 이라 할 때, CC-GARCH 모형은 다음과 같이 표현된다.

$$\epsilon_t = D_t z_t \tag{8}$$

이 때  $D_t$ 는  $\begin{pmatrix} h_{s,t}^{1/2} & 0 \\ 0 & h_{f,t}^{1/2} \end{pmatrix}$ 을 의미하며, 확률벡터  $z_t = (z_{s,t}, z_{f,t})'$ 는  $E[z_t|\Omega_{t-1}] = 0$ ,  $E[z_t z_t'|\Omega_{t-1}] = P_t = \begin{pmatrix} 1 & \rho_{sf,t} \\ \rho_{sf,t} & 1 \end{pmatrix}$ 이며,  $P_t$ 는  $z_t$ 의 조건부 상관 계수 행렬을 의미한다. 따라서  $E[\epsilon_t|\Omega_{t-1}] = 0$ ,  $E[\epsilon_t \epsilon_t'|\Omega_{t-1}] = D_t P_t D_t' = H_t$ 이다. 여기서  $H_t$ 는 조건부 분산-공분산 행렬이며, 다음과 같이 표현된다.

$$H_t = \begin{pmatrix} h_{s,t} & h_{s,t}^{1/2} h_{f,t}^{1/2} \rho_{sf,t} \\ h_{s,t}^{1/2} h_{f,t}^{1/2} \rho_{sf,t} & h_{f,t} \end{pmatrix} \quad (9)$$

$H_t$ 의 대각원소  $h_{s,t}, h_{f,t}$ 는 기본적으로 단변량 GARCH(1,1) 모형이 되며, 이는 다음과 같이 표현 할 수 있다.

$$\begin{pmatrix} h_{s,t} \\ h_{f,t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{01} \\ a_{02} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_{s,t-1}^2 \\ \epsilon_{f,t-1}^2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{11} & 0 \\ 0 & b_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_{s,t-1} \\ h_{f,t-1} \end{pmatrix} \quad (10)$$

여기서 계수들의 값은 양수이고,  $a_{ii} + b_{ii}$ 는 1보다 작아야 한다. 만약 현물과 선물사이에 변동성 전이효과를 고려한다면 다음과 같이 확장 할 수 있다.

$$\begin{pmatrix} h_{s,t} \\ h_{f,t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{01} \\ a_{02} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_{s,t-1}^2 \\ \epsilon_{f,t-1}^2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_{s,t-1} \\ h_{f,t-1} \end{pmatrix} \quad (11)$$

CCC-GARCH 모형은 식 (10)을 가정하며  $P_t$ 가 시간에 흐름에 무관하게 일정한 모형이다. 이 때,  $P_t$ 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$P_t = P = \begin{pmatrix} 1 & \rho_{sf} \\ \rho_{sf} & 1 \end{pmatrix} \quad (12)$$

식 (10) 대신에 식 (11)를 고려하면 이를 ECC-GARCH 모형이라 한다. 한편, DCC-GARCH 모형은 식 (10)을 가정하며  $P_t$ 가 시간 가변적인 성질을 갖는 모형이다. 이 때,  $P_t$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} P_t &= (Q_t \odot I_2)^{-1/2} Q_t (Q_t \odot I_2)^{-1/2} \\ Q_t &= (1 - \alpha - \beta) Q + \alpha z_{t-1} z_{t-1}' + \beta Q_{t-1} \end{aligned} \quad (13)$$

여기서  $Q$ 는  $z_t$ 의 분산-공분산 행렬이며,  $\alpha + \beta < 1$ ,  $\alpha, \beta > 0$ 이다. 식 (10) 대신에 식 (11)를 고려하면 이를 EDCC-GARCH 모형이라 한다.

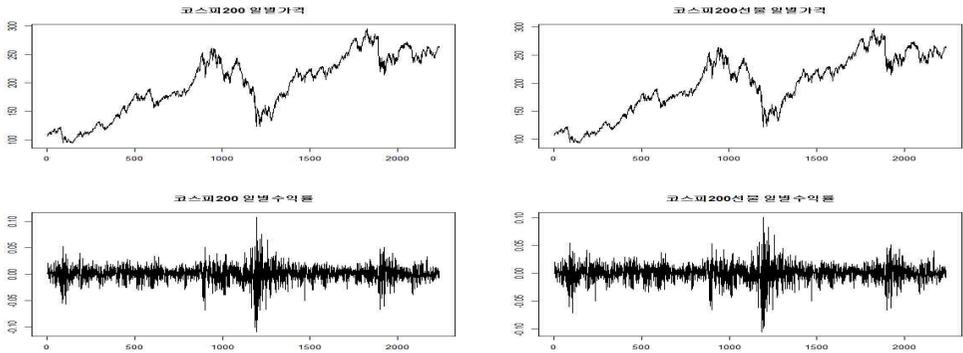
식 (12)과 식 (13)에서 정의된 조건부 상관계수 행렬을 도입함으로써 CC-GARCH 모형은 다른 형태의 다변량 GARCH 모형에 비해 추정해야 할 모수를 줄여주는 장점이 있다. 한편, (E)DCC-GARCH 모형은 CCC 또는 ECC-GARCH 모형에 비하여 상관계수의 동태적 변화를 고려했다는 장점이 있다. 자세한 내용은 Nakatani (2010)를 참고하길 바란다. 본 연구에서는 네 가지의 CC-GARCH 모형을 적합하고 이를 통해 분산-공분산 행렬을 구한 후 최종적으로 헷지비율을 결정 할 것이다.

### III. 실증분석

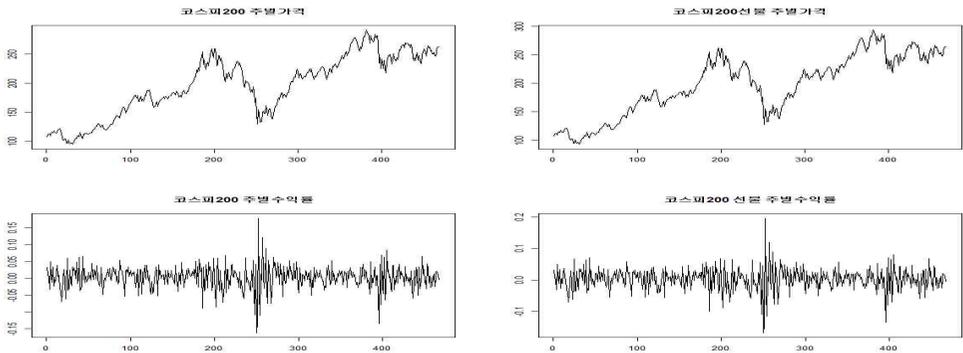
한국거래소(www.krx.co.kr)는 코스피200과 코스피200선물 자료를 제공하고 있으며, 본 연구에서는 2004년 1월 2일부터 2012년 12월 28일까지의 코스피200과 코스피200선물 자료를 분석하였다. 원자료는 1분에 대한 현물과 선물의 자료이며 본 연구에서는 장 마감시 발생하는 변동성을 고려하여 14시 50분의 가격을 사용하였다. 선물 자료는 최근월물을 이용하는 데, 만기가 존재하기 때문에 만기일에 다음 최근월물의 가격과 연결하였다. 또한, 일별 자료와 매주 수요일을 기준으로 하는 주별 자료를 이용하였는데, 주말동안의 가격변동에 대한 영향을 최소화하기 위함이다. 수요일이 휴장일 경우 하루 전, 화요일과 수요일 모두 휴장일 경우 목요일의 자료를 사용하였다. 일별자료의 경우 표본이 충분히 많기 때문에 이동창(moving window) 기법으로 모형을 반복 추정하였다. 이동창 기법은 하나의 최근자료가 들어올 때 마지막 자료를 버림으로써 표본수를 고정시키며 창을 한 시점씩 이동시키는 기법이다. 주별자료의 경우 표본의 수가 적기 때문에 이를 고려하여 최초 사용된 자료의 최근시점에서부터 자료를 하나씩 추가시키면서 모형을 반복 추정하였다. 헷지성과는 일별 자료의 경우 500개, 주별자료의 경우 100개의 약 2년간의 일별 헷지포트폴리오와 주별 헷지포트폴리오를 구성하였다. 각각의 헷지포트폴리오는 중심위치와 산포를 나타내는 기초통계량, 역사적 방법을 이용한 Value at Risk, Value at Risk의 단점을 보완하기 위한 Expected Shortfall를 사용하여 헷지성과를 분석하였다.

#### 1. 전통적 헷지전략의 한계

헷지수단으로 선물 가격이 가장 많이 쓰이는 이유는 현물과 선물의 높은 상관관계에 있다. [그림 1]과 [그림 2]는 2004년 1월2일부터 2012년 12월28일까지의 코스피200 현물과 선물의 일별과 주별에 대한 가격과 로그수익률 그림이다. 우선 [그림 1]과 [그림 2]를 통해 현물과 선물가격이 거의 동일하게 움직이는 것을 쉽게 확인 할 수 있다.



[그림 1] 일별 코스피200 가격과 로그수익률



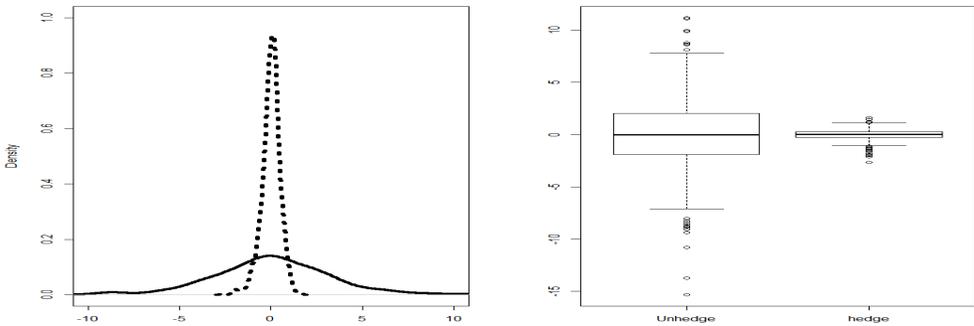
[그림 2] 주별 코스피200 가격과 로그수익률

다음으로 현물과 선물가격은 평균과 분산이 일정하지 않은 비정상시계열의 특징을 갖고 있다. 따라서 두 시계열은 정상시계열로 변환해야 할 필요가 있으며 일반적으로 금융시계열은 로그 차분을 통해 로그수익률로 만들어 준다. 로그수익률의 경우 평균은 일정하게 보이지만, 변동성은 구간에 따라 차이가 나타난다. 변동성이 큰 구간과 작은 구간이 반복적으로 나타나는 변동성 군집현상을 확인 할 수 있으며 현물과 선물의 가

격이 급격히 하락하는 구간에서 로그수익률의 변동성이 커지는 것을 확인 할 수 있다. 이는 2007년 미국의 서브프라임모기지 사태가 국내주식 시장에 영향을 준 것으로 판단 할 수 있다. 일반적인 투자자들은 시계열 그림과 같이 어떠한 금융사건이 발생하여 가격의 급락과 가격변동성이 커질 경우 보유하고 있는 자산의 위험을 관리하려고 한다. 헷지는 이러한 가격 위험을 줄이고자 하는 전략이며 최소분산 헷지비율인 식 (2)를 이용하여 헷지포트폴리오를 구성할 수 있다. 다음은 전통적인 방법인 회귀분석을 이용하여 최소분산 헷지비율을 구한 후 이를 적용한 헷지포트폴리오의 가치 변화를 나타낸다.

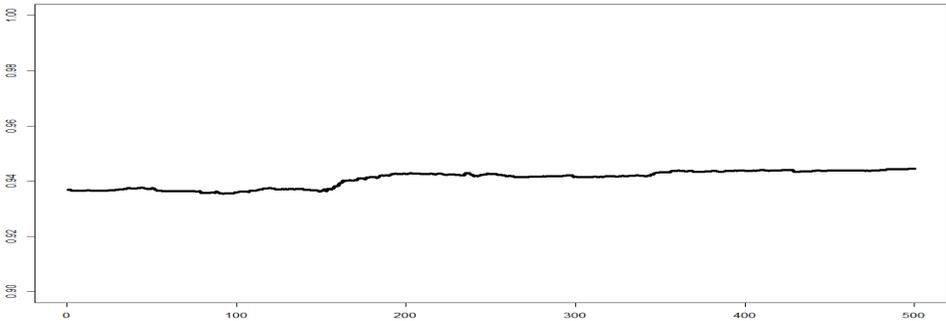
$$\Delta S_t + HR_{REG}\Delta F_t \tag{14}$$

여기서  $HR_{REG}$ 는 회귀분석을 이용하여 구한 최소분산 헷지비율을 의미한다. 최소분산 헷지비율을 이용하여 얻은 코스피200과 코스피200선물의 헷지포트폴리오 가치변화의 분포를 [그림 3]에 나타내었다.



[그림 3] 헷지 전과 최소분산 헷지비율을 적용한 후의 가치 변화 분포

[그림 3]에서 왼쪽 그림의 실선은 헷지 전의 자산 가치변화의 분포, 점선은 헷지 후 자산 가치변화의 분포이다. 헷지 전 자산의 가격변화는 평평하고 넓게 퍼져있어 많은 이익이 발생할 수 있으나 그에 상응하는 위험을 수반하여 엄청난 규모의 손실이 발생할 수 있다. 헷지 후에는 자산의 가치변화가 0에 가깝게 모여 있으며 이익과 손실 모두 제한적이라고 할 수 있다.



[그림 4] 회귀분석을 이용한 최소분산 헷지비율

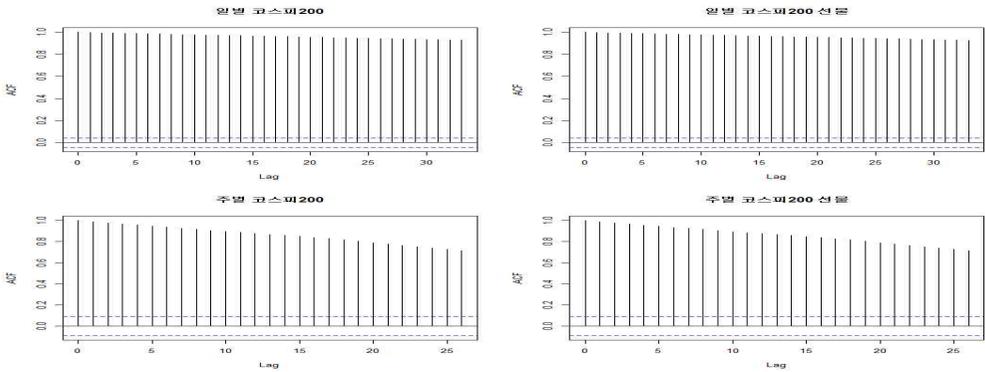
[그림 4]는 2년 동안의 헷지비율을 나타낸다. [그림 4]의 헷지비율은 약 0.94로 거의 일정해 보인다. 하지만 [그림 1]과 [그림 2]에서 보았듯이, 금융자료는 변동성 군집현상으로 인해 변동성이 작은 구간과 큰 구간이 반복적으로 나타난다. 회귀분석을 이용한 최소분산 헷지비율은 이러한 점을 고려하지 못한다는 점에서 제한적이므로 시간 가변적인 변동성 군집현상을 고려한 헷지전략이 필요하다. 따라서 회귀분석의 한계를 파악하고 현물과 선물 가격의 조건부 평균과 변동성의 다양한 특징을 고려한 벡터 오차수정모형과 CC-GARCH 모형을 적합한 후 분산-공분산 행렬을 추정하여 헷지포트폴리오를 구성하고자 한다.

## 2. VECM-CC-GARCH 모형 적합

실증분석에는 현물과 선물 가격에 로그를 취한 후 분석을 하였는데, 이는 차분을 하게 되면 로그수익률이 된다는 장점이 있다. 공적분 분석을 하기 전에 로그를 취한 현물과 선물 가격이 각각 비정상 시계열임을 확인해야 한다. 이는 Dickey-Fuller 검증으로 확인 할 수 있으며 귀무가설은 ‘단위근이 존재한다’이다. 또한 시계열의 자기상관함수를 통해서도 확인 할 수 있으며 다음과 같다.

시계열	통계량	유의확률	결론
일별 현물가격	-2.2075	0.4905	비정상 시계열
일별 선물가격	-2.2281	0.4817	비정상 시계열
주별 현물가격	-2.1067	0.5329	비정상 시계열
주별 선물가격	-2.1062	0.5331	비정상 시계열

<표 1> 코스피200 지수와 선물의 단위근 검증



[그림 5] 코스피200 현물과 선물의 일별, 주별 자료 ACF

<표 1>과 [그림 5]를 통해 비정상 시계열임을 판단 할 수 있는데, <표 1>은 통계량을 통한 단위근 검증으로 유의확률이 0.05보다 커서 단위근이 존재하고 [그림 5]는 이론적인 비정상 시계열의 ACF와 유사하게 나타나므로 현물과 선물은 비정상 시계열임을 알 수 있다. 따라서 공적분 분석을 통해 현물과 선물 가격간에 공적분 벡터가 존재하면 장기균형관계를 설명할 수 있는 벡터오차수정모형의 적합이 가능하다. 공적분 검증은 Johansen이 제시한 트레이스 통계량을 이용하였고 그 결과는 다음과 같다.

자료	귀무가설	통계량	10%	5%	1%
			임계값	임계값	임계값
일별	공적분 개수(r)=0	141.69	15.66	17.95	23.52
주별	공적분 개수(r)=0	107.51			

<표 2> 일별, 주별 코스피200의 공적분 검증

<표 2>를 통해 공적분 개수가 0일 때 검정 통계량이 임계값보다 커서 귀무가설을 기각하게 되어 공적분 개수가 한 개인 대립가설을 채택하게 된다. 따라서 일별, 주별 자료 모두 공적분 벡터의 개수는 한개 이다. 이와 비슷한 방법인 최대고유치 통계량을 통한 검증에서도 공적분 벡터의 개수는 동일하였다. 공적분 벡터의 추정에는 최대가능도추정법을 사용하며 벡터오차수정모형의 차수는 AIC 통계량을 기준으로 결정하였다. 결과는 다음과 같다.

일별 코스피200		주별 코스피200	
차수	AIC	차수	AIC
$p=2$	-45629.46	$p=2$	<b>-8535.36</b>
$p=3$	<b>-45667.91</b>	$p=3$	-8523.32
$p=4$	-45656.07	$p=4$	-8501.00

<표 3> 벡터오차수정모형 차수 결정

<표 3>을 통해 벡터오차수정모형의 차수를 결정 할 수 있다. AIC기준으로 가장 작은 값을 선택하였으며 일별 코스피200은  $p=3$  일 때, 주별 코스피200은  $p=2$  일 때 최적모형이다. 각각의 최적모형은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \begin{pmatrix} r_{s,t} \\ r_{f,t} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0.0004_{(0.0003)} \\ 0.0004_{(0.0003)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.2227_{(0.0825)}^{**} \\ 0.3532_{(0.0864)}^{***} \end{pmatrix} (\log S_{t-1} - 0.9996 \log F_{t-1}) \\
 &+ \begin{pmatrix} -0.3038_{(0.1432)}^* & 0.3050_{(0.1375)}^* \\ 0.0299_{(0.1500)} & -0.0266_{(0.1439)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_{s,t-1} \\ r_{f,t-1} \end{pmatrix} \\
 &+ \begin{pmatrix} -0.3215_{(0.1359)}^* & 0.2949_{(0.1306)}^* \\ -0.1696_{(0.1422)} & 0.1419_{(0.1367)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_{s,t-2} \\ r_{f,t-2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \epsilon_{s,t} \\ \epsilon_{f,t} \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{15}$$

$$\begin{aligned}
 \begin{pmatrix} r_{s,t} \\ r_{f,t} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0.0018_{(0.0015)} \\ 0.0018_{(0.0016)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1.4130_{(0.4250)}^{***} \\ 1.8725_{(0.4402)}^{***} \end{pmatrix} (\log S_{t-1} - 0.9996 \log F_{t-1}) \\
 &+ \begin{pmatrix} -0.4615_{(0.4885)} & 0.4185_{(0.4718)} \\ -0.4740_{(0.5059)} & 0.4356_{(0.4886)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_{s,t-1} \\ r_{f,t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \epsilon_{s,t} \\ \epsilon_{f,t} \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{16}$$

위 식에서 괄호안의 첨자는 표준오차이며 \*, \*\*, \*\*\*는 각각 10%, 5%, 1%에서 유의성을 의미한다. 식 (15)은 일별 코스피200에 대한 벡터오차수정모형이며, 식 (16)는 주별 코스피200에 대한 벡터오차수정모형이다. 일별 코스피200 현물의 수익률은 현물과 선물 시장의 장기균형관계로 설명이 가능하며, 만약 장기균형관계에서 이탈하게 될 경우 0.2227의 속도로 균형관계를 회복하게 되고, 1시차와 2시차 전의 현물과 선물의 수익률에 모두 영향을 받는다. 반면에 선물수익률은 장기균형관계에만 의지하고 장기균형관계에서 이탈하게 될 경우 0.3532로 현물수익률보다 빠르게 균형관계를 회복하게 된다. 즉, 어떠한 외부의 충격으로 인해 현물과 선물의 관계가 어긋나게 되면 선물에서 더 활발한 거래가 발생하여 현물과 선물의 균형관계를 유지하려하고, 선물은 현물의 가격을 결정해주는 요인이 되기도 한다. 이러한 반응은 현물시장에 대한 선물의 중요한 기능이라 판단 된다. 주별 코스피200의 경우, 현물과 선물 모두 장기균형관계에만 의지한다. 식 (15)와 (16)는 모두 장기균형관계가 중요한 역할을 하고 있으며, 이는 식 (4)와 (5)의 현물-선물 등가식과 연결된다는 점에서 의미가 있다.

식 (15)와 (16)를 통해 평균에 대한 효과를 제거한 후 잔차를 이용해 변동성 모형을 분석하였다. 다음은 일별 코스피200 변동성에 대한 CC-GARCH 모형식 적합 결과이다.

$$\begin{pmatrix} h_{s,t} \\ h_{f,t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.0001_{(0.0000)}^{***} \\ 0.0001_{(0.0187)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.0308_{(0.0143)}^{**} & 0 \\ 0 & 0.0270_{(0.0000)}^{***} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_{s,t-1}^2 \\ \epsilon_{f,t-1}^2 \end{pmatrix} \\ + \begin{pmatrix} 0.3672_{(0.0097)}^{***} & 0 \\ 0 & 0.4170_{(0.0811)}^{***} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_{s,t-1} \\ h_{f,t-1} \end{pmatrix}, \quad \rho_{sf} = 0.9872_{(0.0005)}^{***} \quad (17)$$

$$\begin{pmatrix} h_{s,t} \\ h_{f,t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.0000_{(0.0000)}^{***} \\ 0.0000_{(0.0412)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.0351_{(0.0399)} & 0.0773_{(0.2757)} \\ 0.0425_{(0.3123)} & 0.0413_{(0.0000)}^{***} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_{s,t-1}^2 \\ \epsilon_{f,t-1}^2 \end{pmatrix} \\ + \begin{pmatrix} 0.5402_{(0.0392)}^{***} & 0.1938_{(0.3464)} \\ 0.1857_{(0.0383)}^{***} & 0.6437_{(0.3057)}^{**} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_{s,t-1} \\ h_{f,t-1} \end{pmatrix}, \quad \rho_{sf} = 0.9881_{(0.0005)}^{***} \quad (18)$$

식 (17)과 (18)는 CCC-GARCH 와 ECC-GARCH 모형이며 DCC-GARCH와 EDCC-GARCH 모형은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} h_{s,t} \\ h_{f,t} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0.0000_{(0.0000)}^{***} \\ 0.0000_{(0.0213)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.1517_{(0.0213)}^{**} & 0 \\ 0 & 0.1252_{(0.0000)}^{***} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_{s,t-1}^2 \\ \epsilon_{f,t-1}^2 \end{pmatrix} \\ &+ \begin{pmatrix} 0.8423_{(0.0176)}^{***} & 0 \\ 0 & 0.8824_{(0.0160)}^{***} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_{s,t-1} \\ h_{f,t-1} \end{pmatrix}, \\ dcc\alpha &= 0.1135_{(0.0456)}^{**}, \quad dcc\beta = 0.7920_{(0.2482)}^{***} \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} h_{s,t} \\ h_{f,t} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0.0000_{(0.0000)} \\ 0.0000_{(0.0454)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.0773_{(0.0457)}^* & 0.0000_{(0.0831)} \\ 0.0102_{(0.0773)} & 0.0752_{(0.0000)}^{***} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_{s,t-1}^2 \\ \epsilon_{f,t-1}^2 \end{pmatrix} \\ &+ \begin{pmatrix} 0.9103_{(0.0618)}^{***} & 0.0058_{(0.0956)} \\ 0.0120_{(0.0607)} & 0.8863_{(0.1016)}^{***} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_{s,t-1} \\ h_{f,t-1} \end{pmatrix}, \\ dcc\alpha &= 0.0602_{(0.0330)}^*, \quad dcc\beta = 0.8668_{(0.1710)}^{***} \end{aligned} \quad (20)$$

CCC-GARCH 와 DCC-GARCH 모형은 대부분의 계수가 유의해 보인다. t시점에서 현물과 선물 가격의 변동성은 1시차 전의 변동성에 많은 영향을 받는 것으로 판단된다. ECC-GARCH 와 EDCC-GARCH 모형은 변동성 전이효과를 고려한 모형이며, ECC-GARCH 의 경우 현물 가격의 1시차 전의 변동성이 선물 가격의 변동성에 영향을 주는 것으로 보인다. 하지만 이와 달리 EDCC-GARCH 에서는 현물과 선물 가격에 변동성 전이효과는 유의하지 않게 추정되었다. 다음은 주별 코스피200 변동성에 대한 CC-GARCH 모형식 추정 결과이다.

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} h_{s,t} \\ h_{f,t} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0.0001_{(0.0000)}^{***} \\ 0.0001_{(0.0241)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.0098_{(0.0219)} & 0 \\ 0 & 0.0101_{(0.0000)}^{***} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_{s,t-1}^2 \\ \epsilon_{f,t-1}^2 \end{pmatrix} \\ &+ \begin{pmatrix} 0.9242_{(0.0069)}^{***} & 0 \\ 0 & 0.9159_{(0.0147)}^{***} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_{s,t-1} \\ h_{f,t-1} \end{pmatrix}, \quad \rho_{sf} = 0.9955_{(0.0004)}^{***} \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{pmatrix} h_{s,t} \\ h_{f,t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.0001_{(0.0003)} \\ 0.0001_{(0.1569)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.0098_{(0.1433)} & 0.0010_{(2.4868)} \\ 0.0010_{(2.8216)} & 0.0100_{(0.000)}^{***} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_{s,t-1}^2 \\ \epsilon_{f,t-1}^2 \end{pmatrix} \\ + \begin{pmatrix} 0.9013_{(0.1663)}^{***} & 0.0009_{(2.9673)} \\ 0.0010_{(0.1519)} & 0.9059_{(2.6148)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_{s,t-1} \\ h_{f,t-1} \end{pmatrix}, \quad \rho_{sf} = 0.9963_{(0.0003)}^{***} \quad (22)$$

식 (21)과 (22)은 CCC-GARCH 와 ECC-GARCH 모형이며, DCC-GARCH와 EDCC-GARCH 모형은 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} h_{s,t} \\ h_{f,t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.0001_{(0.0000)}^{**} \\ 0.0001_{(0.0626)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.1554_{(0.0701)}^* & 0 \\ 0 & 0.1498_{(0.0000)}^{***} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_{s,t-1}^2 \\ \epsilon_{f,t-1}^2 \end{pmatrix} \\ + \begin{pmatrix} 0.7773_{(0.0616)}^{***} & 0 \\ 0 & 0.7837_{(0.0696)}^{***} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_{s,t-1} \\ h_{f,t-1} \end{pmatrix}, \quad (23)$$

$$dcc\alpha = 0.1150_{(0.0271)}^{***}, \quad dcc\beta = 0.5740_{(0.1007)}^{***}$$

$$\begin{pmatrix} h_{s,t} \\ h_{f,t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.0001_{(0.0000)} \\ 0.0001_{(0.3145)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.1453_{(0.3325)} & 0.0097_{(3.6881)} \\ 0.1392_{(3.9785)} & 0.0308_{(0.0000)}^{***} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_{s,t-1}^2 \\ \epsilon_{f,t-1}^2 \end{pmatrix} \\ + \begin{pmatrix} 0.7775_{(0.3275)}^{**} & 0.0027_{(4.1579)} \\ 0.0010_{(0.3430)} & 0.7769_{(3.8522)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_{s,t-1} \\ h_{f,t-1} \end{pmatrix}, \quad (24)$$

$$dcc\alpha = 0.1404_{(0.0494)}^{***}, \quad dcc\beta = 0.5320_{(0.2421)}^{**}$$

주별 코스피200의 경우, CC-GARCH 와 DCC-GARCH 모형은 대부분의 계수가 유의하게 나왔지만 변동성 전이효과를 고려한 ECC-GARCH 와 EDCC-GARCH 모형은 대부분의 계수가 유의하지 않게 추정 되었다. 따라서 변동성 전이효과가 존재하는지 의심해 볼 필요가 있다. 이는 AIC 와 BIC 통계량을 이용한 모형 선택으로 변동성 전이효과가 존재하는지 판단 할 수 있다. <표 4>의 AIC 와 BIC를 기준으로 일별 자료의 경우는 변동성 전이효과가 없는 CCC 와 DCC-GARCH 모형을 선택 할 수 있다. 주별 자료의 경우 CCC 와 ECC-GARCH 모형 중에서는 CCC-GARCH 모형이 선택하였으며, DCC 와

EDCC-GARCH 모형의 경우 AIC 와 BIC의 결과가 차이가 나타났다. 하지만 BIC가 더 제한적이라는 점에서 DCC-GARCH 모형을 선택하였다.

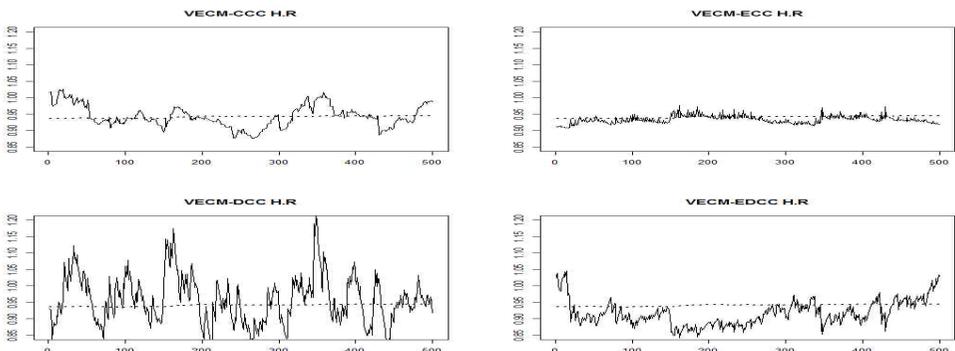
	GARCH 모형	AIC	BIC	GARCH 모형	AIC	BIC
일별	CCC	<b>11.8840</b>	<b>11.9018</b>	DCC	<b>-25.1976</b>	<b>-25.1772</b>
자료	ECC	11.9467	11.9748	EDCC	-24.9689	-24.9382
주별	CCC	<b>12.6475</b>	<b>12.7097</b>	DCC	-26.8085	<b>-26.7375</b>
자료	ECC	12.6846	12.7823	EDCC	<b>-26.8344</b>	-26.7278

<표 4> AIC, BIC 통계량을 이용한 CC-GARCH 모형 선택

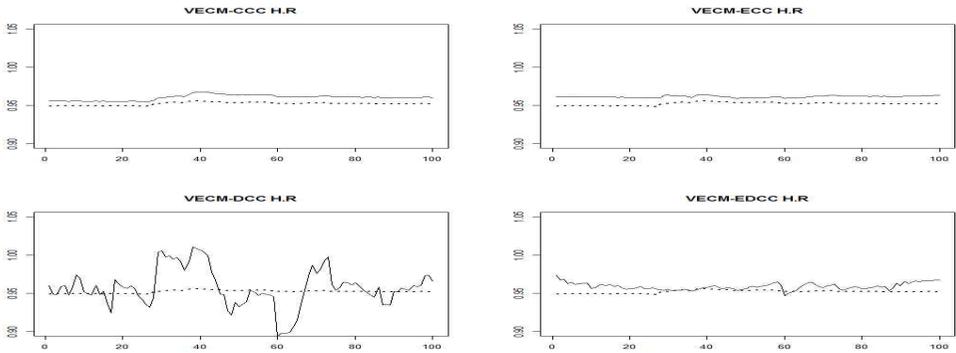
따라서 일별, 주별 자료 모두 변동성 전이효과는 없는 CCC 와 DCC-GARCH 모형을 선택하였다.

### 3. 헷지 성과 분석

변동성 관계에 대한 결과들은 모든 시장에서 동일하지 않고 분석된 표본 기간과 고려된 변동성 측정치에 따라 달라진다 (김경수와 이유 (2009) 참고). 따라서 본 연구에서는 이동창 기법으로 변동성 전이효과를 포함한 네 가지 CC-GARCH 모형을 모두 적합하여, 헷지성과를 비교 할 것이다. 벡터오차수정모형과 CC-GARCH 모형을 이용한 약 2년간의 헷지비율은 [그림 6]과 [그림7]을 통해 볼 수 있다.

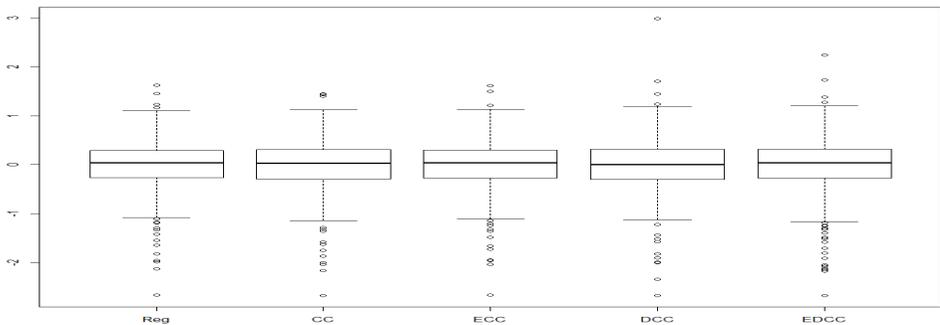


[그림 7] 일별 코스피200 헷지비율



[그림 8] 주별 코스피200 헷지비율

점선은 회귀분석을 이용한 헷지비율이며 실선은 벡터오차수정모형과 CC-GARCH 모형의 헷지비율이다. 일별 자료의 경우 모든 모형이 회귀분석보다 헷지비율의 변화가 많이 나타나며 특히 DCC-GARCH 모형의 헷지비율이 가장 크게 변한다. 주별 자료는 DCC-GARCH 모형을 제외하고는 회귀분석의 헷지비율과 비슷한 형태로 나타나는 것을 확인 할 수 있다. 회귀분석과 위의 모형에서 구한 헷지비율을 이용하여 각각의 헷지포트폴리오를 구성하고 헷지 성과 분석을 하였다. 헷지 성과는 헷지포트폴리오의 중심 위치와 산포, Value at Risk, Expected Shortfall을 이용하였다. 먼저 헷지포트폴리오의 가치변화에 대한 상자그림 및 중심위치와 산포를 비교하였다. 중심위치의 측도로는 평균, 중앙값, 5% 절사평균을 이용하였고, 산포의 측도로는 분산, 범위, 4분위수 범위를 이용하였다.



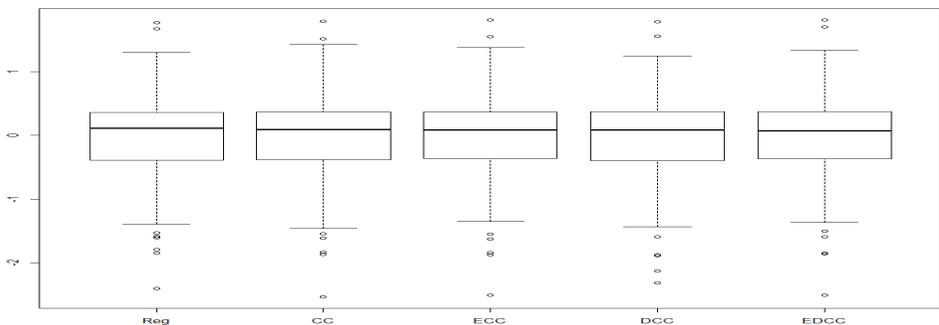
[그림 9] 일별 포트폴리오 가치변화

포트폴리오 가치변화	평균	중앙값	5% 절사평균
$\Delta S_t$	-0.0088	-0.0050	0.0231
$\Delta S_t + HR_{REG}\Delta F_t$	-0.0055	0.0344	0.0139
$\Delta S_t + HR_{CC}\Delta F_t$	-0.0062	0.0254	0.0150
$\Delta S_t + HR_{ECC}\Delta F_t$	-0.0046	0.0350	0.0143
$\Delta S_t + HR_{DCC}\Delta F_t$	<b>-0.0017</b>	<b>0.0004</b>	<b>0.0101</b>
$\Delta S_t + HR_{EDCC}\Delta F_t$	-0.0060	0.0392	0.0223

<표 5> 일별 포트폴리오 중심위치 측도

포트폴리오 가치변화	분산	범위	4분위수 범위
$\Delta S_t$	11.6297	26.5600	3.8975
$\Delta S_t + HR_{REG}\Delta F_t$	0.2723	4.2835	<b>0.5600</b>
$\Delta S_t + HR_{CC}\Delta F_t$	0.2731	<b>4.1199</b>	0.5933
$\Delta S_t + HR_{ECC}\Delta F_t$	<b>0.2707</b>	4.2789	0.5713
$\Delta S_t + HR_{DCC}\Delta F_t$	0.3006	5.6660	0.6148
$\Delta S_t + HR_{EDCC}\Delta F_t$	0.3306	4.9219	0.5959

<표 6> 일별 포트폴리오 산포 측도



[그림 10] 주별 포트폴리오 가치변화

포트폴리오 가치변화	평균	중앙값	5% 절사평균
$\Delta S_t$	-0.1628	-0.2150	0.0167
$\Delta S_t + HR_{REG}\Delta F_t$	-0.0145	0.1080	0.0104
$\Delta S_t + HR_{CC}\Delta F_t$	-0.0154	0.0898	<b>0.0086</b>
$\Delta S_t + HR_{ECC}\Delta F_t$	-0.0125	0.0852	0.0121
$\Delta S_t + HR_{DCC}\Delta F_t$	-0.0381	0.0825	-0.0089
$\Delta S_t + HR_{EDCC}\Delta F_t$	<b>-0.0119</b>	<b>0.0712</b>	0.0129

<표 7> 주별 포트폴리오 중심위치 측도

포트폴리오 가치변화	분산	범위	4분위수 범위
$\Delta S_t$	67.0691	52.8900	10.6625
$\Delta S_t + HR_{REG}\Delta F_t$	<b>0.5139</b>	4.1643	0.7387
$\Delta S_t + HR_{CC}\Delta F_t$	0.5214	4.3223	0.7476
$\Delta S_t + HR_{ECC}\Delta F_t$	0.5156	4.3127	<b>0.7255</b>
$\Delta S_t + HR_{DCC}\Delta F_t$	0.5349	<b>4.0909</b>	0.7621
$\Delta S_t + HR_{EDCC}\Delta F_t$	0.5215	4.3181	0.7343

<표 8> 주별 포트폴리오 산포 측도

좋은 헷지포트폴리오는 중심위치가 0에 가깝고 산포가 작을수록 좋아야 한다. 일별자료의 경우 DCC-GARCH 모형이 중심위치를 측정하는 모든 통계량에서 가장 0에 가깝게 나오는 반면 산포는 측정 방법에 따라 다르지만 회귀분석과 ECC-GARCH 모형이 상대적으로 작게 나왔다. 주별 자료의 경우 중심위치 측도에서 EDCC-GARCH 모형이 평균과 중앙값이 좋은 반면 절사평균은 CC-GARCH 모형이 0에 가깝게 나타났다. 산포의 경우 측정 방법에 따라 차이가 있지만 회귀분석이 상대적으로 작게 나왔다. 중심위치와 산포가 나타내는 값들이 헷지포트폴리오 가치변화에 대한 분포의 정보를 나타내 주긴 하지만 손실에 대한 구체적인 정보가 떨어진다. 이에 대한 대안으로 헷지포트폴리오의 수익율을 이용해 분포를 구한 뒤, 하위  $\alpha\%$ 에 해당하는 값을 측정함으로써 역사적 VaR를 이용 할 수 있다. 이는 신뢰수준  $(100-\alpha)\%$ 에서 1일 또는 1주일 동안 발생할 수 있는 최대 손실

을 의미하고, 투자자들이 실제 부담하게 되는 손실을 뜻한다. 역사적 방법을 이용한 VaR는 다음과 같다.

VaR	헷지비율 추정 모형				
	회귀분석	CCC	ECC	DCC	EDCC
일별 5%	0.3758	<b>0.3310</b>	0.3718	0.3338	0.4088
일별 10%	<b>0.2372</b>	0.2524	0.2495	0.2448	0.2597
주별 5%	<b>0.6017</b>	0.6294	0.6339	0.6778	0.6211
주별 10%	0.3410	0.3401	<b>0.3365</b>	0.3615	0.3388

<표 9> 역사적 Value at Risk(%)

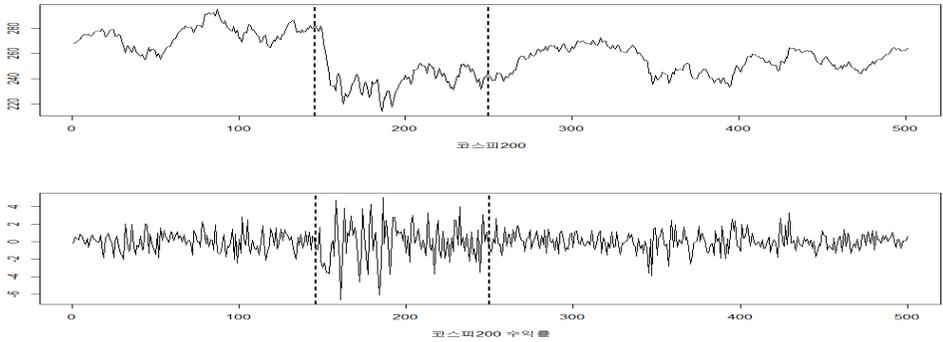
일별 자료의 경우 10% VaR에서 회귀분석 모형의 손실이 가장 적었다. 하지만 5% VaR에서 CCC-GARCH, DCC-GARCH 모형 순으로 손실이 적었다. 주별 자료의 경우 10% VaR은 ECC-GARCH 모형이 손실이 가장 적었으나, 5% VaR은 회귀분석 모형이 가장 우수한 걸로 평가된다. 최근에는 금융위험을 측정하기 위한 수단으로 VaR뿐만 아니라 Expected shortfall을 많이 사용하고 있다. VaR의 단점은  $\alpha$ 수준에서의 최대손실만 제공할 뿐, 최대손실을 넘어서는 부분의 정보가 없다. 따라서 손실분포에 대한 기댓값인 Expected Shortfall을 측정하였다.  $\alpha\%$  ES는 하위  $\alpha\%$  이내에 속하는 그룹의 기댓값을 의미한다.

ES	헷지비율 추정 모형				
	회귀분석	CCC	ECC	DCC	EDCC
일별 5%	0.5458	0.5482	0.5390	<b>0.5320</b>	0.6458
일별 10%	0.4186	0.4160	0.4158	<b>0.4079</b>	0.4760
주별 5%	<b>0.7463</b>	0.7635	0.7633	0.7987	0.7645
주별 10%	0.6113	0.6130	<b>0.6068</b>	0.6363	0.6146

<표 10> Expected Shortfall(%)

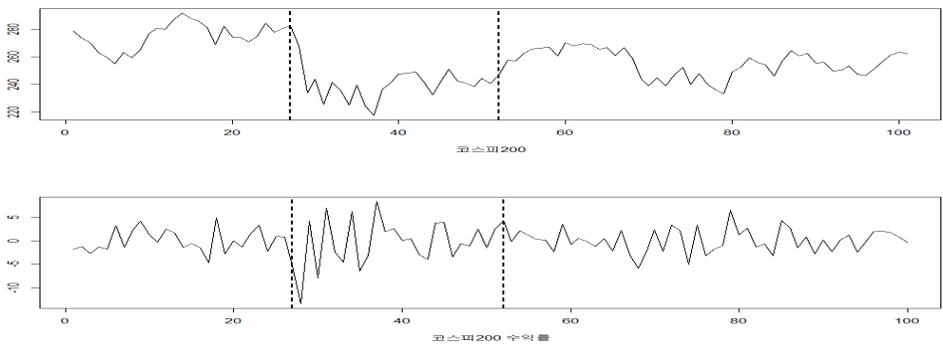
일별 자료의 5%, 10% ES는 DCC-GARCH 모형이 가장 우수하게 평가되었고, 주별 자료의 경우 10% ES는 ECC-GARCH 모형이 우수하게 평가되었다. 반면에 5% ES는 회귀분석 모형이 가장 우수하였다. 다음은 가격변동성이 커지는 구간에 대해 구체적으로 살펴보기 위해 일별, 주별 자료의 일정

기간을 설정하여 헛지 성과 분석을 실시하였다. 먼저 일별 자료 전체 헛지구간의 그림은 다음과 같다.



[그림 11] 일별 자료의 변동성 커지는 구간

[그림 11]의 점선으로 표시된 수직선은 일별 코스피200의 가격이 급격히 하락하기 시작하면서 변동성이 커지는 구간으로 실제 위험관리가 필요한 구간이다. 다음은 주별 자료의 전체 헛지구간을 나타내었다.



[그림 12] 주별 자료의 변동성 커지는 구간

[그림 12]의 점선으로 표시된 부분이 주별 자료의 가격하락과 함께 변동성이 커지는 구간이다. [그림 11]과 [그림 12]의 점선으로 구분된 기간에 대한 헛지성과를 비교하기 위해 헛지포트폴리오 수익률의 평균, 분산, 최대손실을 다음 <표 11>에 나타내었다.

		회귀분석	CCC	ECC	DCC	EDCC
일 별 자 료	평균(%)	0.0034	<b>-0.0032</b>	-0.0064	0.0084	-0.0035
	분산	0.0813	0.0814	<b>0.0780</b>	0.0849	0.1273
	최대손실(%)	0.8975	0.9090	<b>0.8815</b>	<b>0.8258</b>	0.9847
주 별 자 료	평균(%)	-0.0170	-0.0179	<b>-0.0134</b>	-0.0303	<b>-0.0138</b>
	분산	0.1323	<b>0.1288</b>	<b>0.1251</b>	0.1335	0.1329
	최대손실(%)	0.7677	<b>0.7638</b>	<b>0.7655</b>	0.7797	0.7677

<표 11> 변동성 커지는 구간에 대한 평균, 분산, 최대손실

변동성이 커진 구간에 대한 분석결과, 일별 자료의 경우 ECC 와 DCC-GARCH 모형의 최대손실이 회귀분석에 비하여 줄어든 효과가 있다. 또한 주별 자료도 CCC 와 ECC-GARCH 모형이 회귀분석에 비하여 최대손실이 작았다. 이는 변동성이 커지는 구간에서 CC-GARCH 모형을 통해 더 효과적인 헷지포트폴리오를 구성할 수 있다는 것을 의미한다. 특히 변동성이 커지는 구간에서 ECC-GARCH 모형의 헷지포트폴리오가 일별, 주별 자료에서 모두 좋은 성과를 거두었다.

중심위치, 산포에 대한 통계량과 VaR, ES를 이용하여 헷지 성과 분석을 실시한 결과, 성과 기준마다 우수한 모형이 다르고 특히 주별 자료의 경우 회귀분석이 여전히 헷지성과가 좋았다. 하지만 변동성이 증가한 구간에서 CC-GARCH 모형이 우수한 헷지 성과를 나타내어, 실질적으로 높은 위험에 노출되었을 때 CC-GARCH 모형의 필요성을 언급할 수 있다.

## IV. 결론

위험관리 수단으로 대표적인 전략인 헷지는 일반적으로 상관관계가 높은 자산으로 구성되며, 선물은 기초자산에 대한 헷지수단으로 많이 사용되고 있다. 본 논문에서는 현물과 선물의 이해관계를 바탕으로, 특히 현물과 선물의 장기균형관계를 설명할 수 있는 벡터오차수정모형과 변동성 군집현상을 설명할 수 있는 CC-GARCH 모형을 이용하여 기존의 전통적 헷지전략인 회귀분석과 비교·분석 하였다. 현물과 선물의 장기균형관계는

‘현물-선물 등가식’으로 설명이 가능하며, 균형관계 이탈이 발생하면 선물이 현물보다 빠르게 반응함으로써 균형관계를 회복시키는 역할을 하였고, 추가적으로 선물은 현물의 가격발견기능도 수행하였다. 또한 다변량 GARCH 모형인 CC-GARCH 모형을 이용하여, 기존의 모수추정에 대한 어려움을 극복하고 현물과 선물의 변동성을 체계적으로 분석하였다.

회귀분석은 시계열 특징과 변동성 군집현상을 고려하지 못한다는 점에서 한계가 있으며, 이를 극복하기 위한 모형인 VECM-CC-GARCH 모형을 이용하여 시간가변적인 헷지비용을 구하였다. 이를 이용하여 헷지포트폴리오를 구성하고 헷지 성과 분석을 하였다. 성과 분석은 헷지포트폴리오 가치변화의 중심위치와 산포에 대한 통계량을 이용한 분석과 함께 금융시장에서 위험평가로 많이 사용되고 있는 Value at Risk, 그리고 Value at Risk의 단점을 보완한 Expected Shortfall을 사용하였다. 또한 실질적으로 변동성이 커지는 구간에서의 헷지포트폴리오의 최대손실을 비교함으로써 구체적인 성과 분석을 실시하였다. 분석 결과, 일별 자료와 주별 자료는 성과 기준에 따라 우수한 모형의 차이가 존재했지만, 변동성이 증가하는 구간에서 CCC 와 ECC-GARCH 모형으로 구한 헷지포트폴리오가 우수하게 평가 되었다. 따라서 시장이 안정적일 때에는 회귀분석을 사용해도 CC-GARCH 모형과 크게 차이가 없지만, 시장이 불안정해지고 가격위험이 커지는, 실질적으로 헷지가 필요한 구간에서는 CC-GARCH 모형을 이용한 헷지포트폴리오가 월등히 좋은 성과를 거둘수 있었다.

본 논문에서 추가적으로 검토해야 될 사항으로 레버리지 효과가 있다. 레버리지 효과란 시장에 어떠한 정보가 전해졌을 때 가격의 변동성이 커지면서 발생하게 되는데, 긍정적인 정보와 부정적인 정보에 따라 그 차이가 존재한다. 일반적으로 부정적인 정보가 시장에 더 많은 영향을 주고 레버리지 효과를 극대화 시켜주는데 이러한 정보를 구분할 수 있는 모형을 추가한다면 보다 나은 분석이 가능 할 것으로 여겨진다.

## 참고 문헌

김명직 (2003). 금융시계열분석. 경문사

조담 (2006). 금융계량분석. 청람

조재호, 박종원, 조규성 (2009). 선물·옵션·스왑. 다산출판사

John C. Hull (2010). 파생상품의 평가와 헷징전략. 윤평식, 김철중 번역. 도서출판 탐진

김경수, 이유 (2009). “벡터오차수정모형(VECM)과 다변량 GARCH모형을 이용한 KOSPI200 현물과 선물간의 선도지연관계에 관한 연구”, 대한경영학회지, 제 22권, 제 4호, 통권75호 (2009.8), pp. 1991-2015.

김술, 김동석 (2000). “주가지수선물과 주가지수의 가격발견기능에 관한 실증연구: 공적분과 오차수정모형”, 선물연구, 제 7호 (2000.1), pp. 87-115.

이상진, 빈기범 (2008). “단일변량모형과 다변량모형의 포트폴리오 VaR 측정 성과”, 한국증권학회지, 제 37권, 5호 (2008.10), pp. 879-912

Sang Hoon Kang, Seong-Min Yoon (2011). “Volatility spillover between the KOSPI200 spot and futures markets using VECM-DCC-GARCH model”, 선물연구, 제 19권, 제 3호 (2011.8), pp. 233-249.

Donald Lien, Y.K. Tse, Albert K.C. Tsui (2000). “Evaluating the Hedging Performance of the Constant Correlation GARCH Model”, *Applied Financial Economics*, Vol. 12, Issue 11 (2002), pp. 791-798.

Enrique Salvador, Vicent Arago (2011). “Measuring the Hedging Effectiveness of Index Futures Contracts: Do Dynamic Models

Outperform Static Model? A Regime-Switching Approach” , available at SSRN: <http://ssrn.com/abstract=1851713> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.1851713>

Luc Bauwens, Sébastien Laurent, Jeroen V. K. Rombouts (2003), “Multivariate GARCH MODELS: A SURVEY” , Vol. 21, Issue 1 (February 2006), pp. 79~109.

Michael P. Murray (1994). “A Drunk and Her Dog: An Illustration of Cointegration and Error Correction” , *The American Statistician*, Vol. 48, Issue 1 (1994), pp. 37~39.

Sheng-Syan Chen, Cheng-few Lee, Keshab Shresha (2002), “Futures hedge ratio: a review” , *The Quarterly Review of Economics and Finance*, Vol. 43, Issue 3 (2003), pp. 433-465.

Tomoaki Nakatani (2010). Four Essays on Building Conditional Correaltion GARCH models. EFI, The Economic Research Institute

Tomoaki Nakatani, Timo Terä svirta (2009). “Testing for volatility interactions in the Constant Conditional Correaltion GARCH model” , *The Econometrics Journal*, Vol. 12, Issue 1 (March 2009), pp. 147~163.

Tomoaki Nakatani, Timo Terä svirta (2008). “positivity constraint on the conditional variance in the family of conditional correlation garch models” , *Finance Research Letters*, Vol. 5, Issue 2 (June 2008), pp. 88-95.