한국에서 금은 주가에 대한 헤지인가 아니면 자산 피난처인가 ?

김무환 (경남대)

1. 서론

투자자들이 포트폴리오를 구성할 때 주식시장의 약세가 지속될 경우를 대비해 포함할 수 있는 다른 자산을 선택하는 일은 투자 성과에 직결되는 일이며 리스크 관리 측면에서도 주요한 사안이다. 투자 포트폴리오를 어떻게 구성할 것이냐를 결정하기 전에 코스피지수의 변동과 다른 자산 (예, 금이나 원/달러환율[1))의 움직임과 어떤 관계를 가지고 있는 지를 파악해야 한다. 특히, 고려중인 두 변수가 평균적으로 동반 움직임을 보이는 지 아니면 극단적인 손실(또는 이득)이 발생하는 시기 동안에만 유사하게 변동하는 지를 분석할 필요가 있다.

한국은 1997년 IMF 위기를 극복하고 금융시장의 글로벌화로 방향 전환을 한 이후 2009년 2월에 '자본시장과 금융투자업에 관한 법률'(줄여서 자본시장법이라고 함)을 시행하여 자본시장의 활성화를 도모함으로써 자금의 규모면에서나 금융상품의 다양성 측면에서 꾸준히 성장해 왔다. 이런 여건하에서 여러 가지 유형의 자산 간 상관관계는 크게 증가한다.

일부 연구들은 주식시장의 움직임에 대해 금이 자산 피난처로서의 역할을 수행하는 지 여부를 분석하고 있다. Baur and Lucey (2010)의 분석 결과에 의하면 금은 미국과 영국에 있어서 헤지 수단이 되지만 독일에서는 그 역할이 발견되지 않는다고 말한다. 하지만 금은 미국, 영국 그리고 독일에 있어서 주가지수의 자산 피난처 역할을 수행하는 것으로 나타났다. Baur and McDermott (2010)는 신흥국과 선진국을 대상으로 금의 역할을 점검했다. 그들의 분석에 의하면 유럽의 주요국과 미국에 있어서는 금이 헤지 수단임과 동시에 자산 피난처의 역할을 담당하는 반면 호주, 캐나다, 일본 그리고 신흥국의 경우 금이 헤지 수단으로 기능하지 않았으며 안전자산으로서의 역할도 수행하지 않는 것으로 나타났다. Pasutasarayut and Chintrakarn (2012)은 태국의 자료를 이용하여 금이 주가지수에 대해 헤지 수단도 아니며 안전자산도 아님을 보였다. Coudert and Raymond (2010)는 미국 주식시장의 침체기에 초점을 맞춰 장단기로 구분한 다음 단기에는 금이 자산 피난처로서의 역할을

1) 원/달러환율은 미화 $1 당 원화의 교환비율을 의미하므로 원/달러환율의 상승은 원화가치의 하락을 의미한다. 원/달러환율의 상승을 다르게 표현하면 달러자산의 가치상승이기 때문에 주식시장과는 반대 방향으로 움직인다고 해석한다.

하는 반면 장기에는 그런 기능이 일관되게 관찰되지는 않는다고 보고한다. 또한 Ciner, Gurdgiev, and Lucey (2013)이 발견한 사실은 금이 미국과 영국의 환율에 대해 자산 피난처로 간주된다는 것이다.

한 자산이 다른 자산의 헤지 수단인지 아니면 안전자산(즉, 자산 피난처)으로서의 역할인 지를 구분하는 개념 정의는 Baur and Lucey (2010)로부터 본격적으로 사용된다. 헤지수단(자산 피난처)은 한 자산이 다른 자산과 평균적으로 (금융위기 동안에) 상관관계가 없거나 음(−)의 관계를 가지는 것이다.

이러한 개념 정의를 가지고 우리가 던지는 질문은 금과 주가지수 그리고 주가지수와 원/달러환율 사이에 헤지 기능을 수행하는 지 아니면 안전자산으로서의 역할을 하고 있는 지 여부를 판별하는 것이다. 예를 들어, 금이 주가지수 움직임에 대해 헤지 수단일 때 두 변수 간에 평균적으로 독립적이거나 음(−)의 상관관계를 가지는 것이어서 주가지수가 하락하면 금 가격이 상승함을 의미한다. 이는 주식투자 손실에 대한 보상으로 간주될 수 있고 리스크를 감소시키는 결과이기도 하다.

이 연구가 기여하는 바는 첫째, 코스피지수를 중심으로 금과 원/달러환율 사이의 각 이변량 자료 조합을 구성하고 코퓰라 함수를 이용하여 각 조합별 두 변수 사이의 의존구조를 분석하는 것이다. 코퓰라 함수는 두 개의 변수로 구성된 한 자료 조합의 평균적인 의존구조 뿐만 아니라 두 변수 사이의 극단적인 동반 움직임(즉, 분포의 왼쪽과 오른쪽 꼬리 의존도)을 숫자로 표시한다. 코퓰라 함수의 장점(Nelsen, 2006)은 주어진 자료의 의존구조를 주변확률분포와 분리하여 파악하는 것 외에도 이변량 결합분포보다 훨씬 더 풍부한 분석방법을 제공한다. 이와 함께, 코퓰라 함수의 독립변수는 균일분포를 따르는 확률변수인데 그것을 생성하는 과정에서 핵(kernel) 함수를 이용하여 부드러운 경험적 누적확률분포와 함께 양쪽 꼬리 영역을 대상으로는 일반화된 파레토(GP)분포를 근사시켜 경험적 자료에 포함되지 않는 값들에 대한 논의도 가능하게 만든다.

둘째, 코스피지수를 중심으로 구성된 각 자료 조합내의 두 변수 사이의 동반 움직임을 파악할 수 있기 때문에 우리는 서로 다른 가중치를 적용한 포트폴리오를 구성하고 관련 리스크를 비교하여 리스크 관리 측면에서의 시사점을 도출한다.

본 논문의 나머지 부분 중 2절에서는 연구방법, 3절에서는 자료탐색, 4절에서는 분석결과, 5절에서는 리스크 관리에 대한 시사점, 그리고 6절에서는 결론을 제시한다.

2. 연구방법

금이 주식시장의 헤지 수단인지 아니면 안전 자산으로 기능하는 지를 분석하기 위해 계량경제학적 모형을 제시한다. 즉, 비교되는 두 자산이 평균적으로 음(−) 또는 영(0)의 상관관계를 가지면 서로 헤지 수단으로 간주되고 극단적인 사건이 발생하는 시기 동안 두 자산이 음(−) 또는 영(0)의 상관관계를 보여주면 안전 자산으로 기능한다고 판단한다.

금가격과 코스피지수에 대한 일일 로그수익률을 가지고 주어진 자료를 적절하게 묘사하는 확률분포를 확정하고 경험적 자료에 기반한 결과에 부합하는 모의실험 자료를 활용한다. 분석 모형은 두 단계로 구분되는데, 1단계에서는 개별 자료에 알맞은 주변확률분포를 결정하는 것이고 2단계에서는 코퓰라 함수를 이용하여 주어진 자료들의 결합분포를 결정하고 관련된 모수를 추정한다.

주변확률분포를 구하는 단계에서는 해당 자료의 오른쪽 및 왼쪽 꼬리 부분에서 관찰되는 극단치를 잘 묘사하기 위해 극단치이론(EVT)을 사용한다. 극단치이론을 적용하기 전에 주어진 로그수익률의 전형적인 특징인 두꺼운 꼬리와 레버리지 효과 등을 고려하기 위해 AR(1)−GJR(1,1) 모형을 가지고 필터링을 시도한다. 여기서 레버리지는 충격이 변동성에 대해 비대칭적인 효과를 제공한다는 의미이며 그 내용은 음(−) 충격이 양(+)의 충격보다 더 큰 변동성을 유발한다는 것이다 :

$$r_t = \phi_0 + \phi_1 r_{t-1} + \epsilon_t \quad (1)$$

여기서, ϕ_1은 AR(1) 항의 모수이고, 오차항 ϵ_t는 스튜던트 t−분포를 따르는 것으로 가정한다. 그 오차항의 조건부 변동성(σ_t^2)은 식 (2)를 따라 움직인다 :

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha\epsilon_{t-1}^2 + \beta\sigma_{t-1}^2 + \gamma I_{t-1}[\epsilon_{t-1} < 0]\epsilon_{t-1}^2 \quad (2)$$

여기서, ω는 하나의 상수이고, σ_{t-1}^2는 $t-1$기의 오차항의 변동성을 나타내고 ϵ_{t-1}^2은 $t-1$기의 오차를 제곱한 값이다. α와 β 각각은 ARCH항과 GARCH항의 모수를 나타낸다. 식 (2)에서 등호 오른쪽의 마지막 항은 지시함수(I_{t-1})를 포함한다. 만약 $\epsilon_{t-1} < 0$이면 $I_{t-1} = 1$이고 반대의 경우엔 $I_{t-1} = 0$이 된다. 여기서 γ는 레버리지 효과를 측정한다; $\gamma > 0$일 때 다음 기의 조건부 분산은 양(−)의 충격보다는 음(−)의 충격을 따라 더 크게 증가한다는 것을 나타낸다. 반대

의 경우는 상대적으로 양(+)의 충격이 더 크게 나타난다는 의미이다.

주어진 자료의 자기상관을 제거하기 위하여 AR(1) 모형을 적용하고 이분산성을 필터링하기 위해 GJR(1,1) 모형을 이용한 결과 표준화된 잔차는 두꺼운 꼬리 특징을 설명하는데 적합한 스튜던트 t-분포를 따르는 것으로 판명된다. 이 필터링 과정을 마치게 되면 주어진 로그수익률은 독립적이고 동질적인 분포(iid)를 따르는 표준화된 잔차로 전환된다.

주어진 표준화된 잔차를 가지고 평균 근처 영역과 꼬리부분으로 나누어 새로운 누적확률분포를 도출한다. 평균 근처 영역에 대해서는 가우시안 핵(kernel)에 기초한 경험적 누적확률분포(CDF)를 추정한다. 가우시안 핵 방법을 적용하는 이유는 누적확률분포함수의 평균 근처 영역에서 계단 모양으로 생긴 부분을 제거하여 수월하게 모수를 추정하기 위해서이다. 양쪽 꼬리 부분에 대해서는 표준화된 잔차의 각각에 대해 크기순으로 정렬한 다음 양쪽 끝으로부터 10%에 해당하는 지점을 임계치로 선정하고 그 임계치를 하회(왼쪽 꼬리 부분) 또는 상회(오른쪽 꼬리 부분)하는 자료를 대상으로 일반화된 파레토(GP)분포를 근사시킨다.

이러한 과정을 거쳐 합성된 누적확률분포는 양쪽 꼬리 부분에 포진한 관측치에 대해서는 일반화된 파레토분포를 근사하여 모형화하고 평균 근처 영역에 위치한 관측치를 대상으로는 경험적 누적확률분포함수를 부드럽게 하여 적용했기 때문에 준파라메트릭 누적확률분포함수가 된다. 특히 위험 관리 관점에서 볼 때 그 분포의 꼬리부분을 정확히 묘사하는 것은 매우 중요하다. 양쪽 꼬리 영역에 파라메트릭 함수를 적용했을 때의 장점은 경험적 자료가 도달할 수 없는 분위들을 추정할 수 있다는 것이다.

각 로그수익률 자료가 서로 영향을 주고받는 관계를 살펴보기 위해 개별 확률분포모형을 t-코퓰라 함수를 사용하여 연결시키고 분석을 시도한다. 우선 주어진 확률분포모형을 균일분포를 따르는 확률변수로 변환해야한다. 코퓰라 함수의 독립변수로 그 확률변수가 사용된다. 그 이유는 로그수익률 자료에 영향을 미치지 않으면서 주어진 변수들 사이의 순수한 의존구조를 파악할 수 있을 뿐만 아니라 각 주변확률분포함수가 연속적이기 때문에 쉽게 원래 자료로 전환 가능하기 때문이다.

본 논문에서는 두 개 자료를 한 그룹(예, 금과 코스피 또는 코스피와 원/달러 환율)으로 묶어 $t-$코플라를 적용하여 그룹별로 개별 자료들이 결합되는 의존구조를 밝히는데 이는 이변량 결합분포를 결정하는데 도움이 된다. 두 자료의 꼬리부분 의존성을 파악하는데 가장 적합한 모형으로 $t-$코플라가 결정되었는데 관련된 모수 중의 하나인 자유도는 극단적인 사건들이 동시에 발생할 수 있는 경향을 모형화하는데 사용된다. 예를 들어, 자유도의 추정값이 9라고 하면 가우시안 코플라(자유도가 약 100이상)에 비해 두꺼운 꼬리를 더 잘 묘사할 수 있게 된다.

코플라 함수의 결정은 주식에 대한 금의 역할이 헤지 수단인지 아니면 안전자산인지를 결론짓는데 아주 중요하다. 우리는 주어진 로그수익률의 의존관계 패턴과 꼬리 의존성(tail dependence)을 분석하기 위해 타원형(elliptical)과 아르키미디언(Archimedean) 코플라와 함께 시점 이동 타원형 코플라를 고려한다. 이변량 스튜던트 $t-$코플라는 자유도(ν)와 상관계수(ρ)하에서 다음과 같이 정의된다 :

$$C^t(u_1,u_2;\rho,\nu) = t_{\rho,\nu}(t_\nu^{-1}(u_1),t_\nu^{-1}(u_2))$$

$$= \int_{-\infty}^{t_\nu^{-1}(u_1)} \int_{-\infty}^{t_\nu^{-1}(u_2)} \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho^2}} \left(1+\frac{s^2+t^2-2\rho st}{\nu(1-\rho^2)}\right)^{-\frac{\nu+2}{2}} ds dt \qquad (3)$$

여기서, ρ는 선형 상관계수, ν는 자유도를 나타내고 $t_{\rho,\nu}$는 이변량 스튜던트 t 분포함수를 의미하고 $t_\nu^{-1}(u_1)$과 $t_\nu^{-1}(u_2)$는 자유도(ν)를 가진 스튜던트 t분포의 분위 함수이다. 그리고 두 번째 등호의 우측에 있는 s와 t는 적분변수이다. 스튜던트 $t-$코플라의 특징 중의 하나는 가우시안 코플라와는 달리 대칭적인 꼬리 의존성을 보여준다는 점이다. 이변량 스튜던트 t분포의 코플라는 $\rho>-1$이라는 조건하에서 그 값이 동일한 오른쪽과 왼쪽 꼬리 의존성(λ_L)을 가진다 :

$$\lambda_U = \lambda_L = 2t_{\nu+1}(-\sqrt{\nu+1}\sqrt{1-\rho}/\sqrt{1+\rho}) \quad (4)$$

여기서 $t_{\nu+1}(\cdot)$는 주어진 자유도($\nu+1$)를 가진 스튜던트 t분포의 누적확률분포 함수이다.

코플라 함수의 꼬리 의존성을 시간 변화에 따라 어떻게 변화하는지를 살펴보는 것은 분석의 깊이를 더하는 일하다. Patton(2006)은 가우시안 및 스튜던트 t 코플라의 시점 이동 의존관계 모수를 세밀하게 관찰하기 위해 균일분포로 변환된 확률변수의 시차를 고려하고 선형 상관계수의 1계 자기회귀항을 포함하는 하나의 변환함수를 이용한다 :

$$\rho_t = \Lambda\left(\psi_0 + \psi_1 \Lambda^{-1}(\rho_{t-1}) + \psi_2 \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} \Phi^{-1}(u_{1,t-i})(u_{2,t-i})\right) \quad (5)$$

여기서 $\Lambda(\bullet)$는 상관계수(ρ_t)가 (−1,1) 구간에 머물게 하는 변환함수이고 $\Lambda(x) = [1-\exp(-x)]/[1+\exp(-x)]$로 정의된다. 또한 $\Phi(\bullet)$는 표준정규분포의 누적확률분포함수이고 m은 균일분포로 변환된 확률변수의 시차를 의미한다. ψ_0, ψ_1, 그리고 ψ_2 각각은 추정되어야할 모수들이다.

위에서 제시된 코퓰라 모형의 모수를 추정하는 방법은 순차적인 2단계 최우추정법이다. 첫 번째 단계에서는 주변확률분포를 추정하고 두 번째 단계에서는 원래 자료가 균일분포를 따르는 확률변수로 전환된 이후에 코퓰라를 이용하여 의존도 모수를 추정하게 된다. 이 추정법은 의존관계 모수가 개별 주변확률분포와 독립적이라는 코퓰라 함수의 특징에 잘 부합하는 측면이 있다.

첫 번째 단계에서 추정한 주변확률분포를 변환시켜 얻은 균일분포를 따르는 확률변수 ($\hat{u}_{1i}, \hat{u}_{2i}$)와 선택된 코퓰라 함수하에서 의존도 모수($\theta$)는 다음과 같이 추정된다 :

$$\hat{\theta} = \underset{\theta}{\arg\max} \sum_{i=1}^{N} \ln c\left(\hat{u}_{1i}, \hat{u}_{2i}; \theta\right) \quad (6)$$

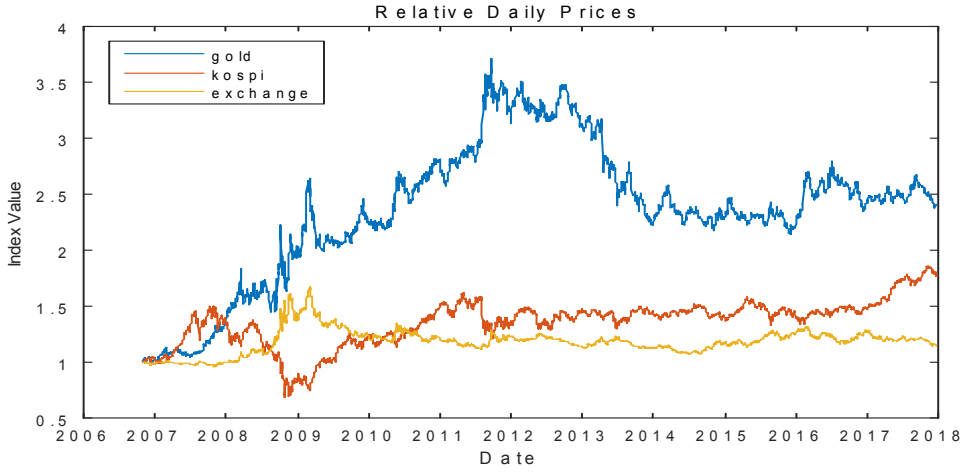
여기서 θ는 코퓰라 모수들이며, $c(\bullet)$는 선택된 코퓰라 함수이다.

본 연구에서 주어진 자료에 잘 어울리는 코퓰라 모형을 선정하는 기준으로는 AIC와 BIC를 이용한다. 해당 결과값들이 작을수록 더 나은 자료 적합도를 제시하는 것으로 해석한다. 만약 추정하는 코퓰라 모수의 수가 일정하다면 우도값이 가장 작은 모형을 고르는 것과 동일하다.

앞에서 제시한 계량경제학적 모형을 통해 우리가 확인하고 싶은 사실은 주식시장의 성과에 대해 금이 헤지 수단으로 기능하는 지 아니면 안전자산으로서의 특징을 가지는 지 평가하는 것이다. 만약 금가격과 주가지수 사이에 추정된 의존도 계수(ρ)의 값이 음(−)이면서 통계적으로 유의한 것으로 판명되면 금은 주식시장에 대해 헤지수단으로 작용하고 있다는 결론을 내릴 것이다. 또한 극단적인 시장 변수의 움직임이 진행되는 시기 동안의 의존관계는 코퓰라의 꼬리 의존도(λ_L)를 가지고 판단할 수 있다. 만약 금가격과 주가지수 사이의 꼬리 의존도가 음(−)의 값을 보이고 통계적으로 유의하다면 금은 주식시장의 안전자산 역할을 수행한다고 판단할 수 있다.

3.자료분석

본 연구에서 사용된 자료는 금, 코스피지수, 그리고 원/달러환율로 이루어진다. 금과 원/달러환율의 경우 매매기준율이며 코스피지수는 종가이다. 1그램당 금가격과 원/달러환율(각각 원화로 표시)은 포털사이트 중의 하나인 네이버에서 제공하는 자료이며, 코스피지수는 한국거래소로부터 구매하여 얻은 것이다. 모든 자료는 2006년 11월 1일부터 2017년 12월 26일까지 걸쳐 2762개의 관측치로 구성되어 있다. 아래의 <그림 1>은 각 자료를 대상으로 2006년 11월 1일자 값을 1로 삼고 각 자료의 상대적인 가격 변화를 나타낸 것이다. 이를 통해 각 자료별 상대적인 성과를 비교할 수 있다. 우리의 자료가 흥미로운 이유 중의 하나는 2007년 중반부터 2008년 말까지 글로벌 금융위기로 인한 경기침체기를 포함한다는 점이다. 경기가 하강하는 동안 주가지수는 하락세를 이어가고 있는 반면 동기간 금가격과 원/달러환율은 코스피지수와는 반대 흐름을 나타내고 있다. 이는 드물게 발생하는 금융위기 동안 금과 원/달러환율이 주가지수에 대해 자산 피난처(즉, 안전자산)로서의 역할을 수행하고 있다는 점을 암시하고 있다.



<Fig. 1> Movement in levels of Gold, KOSPI index, and Exchange Rate

<표 1>은 선택된 자료들의 로그수익률에 대한 기초통계량과 통계적 특징을 보여준다. 모든 로그수익률 자료의 평균은 0(영)에 가깝고 그 중 원/달러환율의 로그수익률이 가장 작은 평균값을 가진다. 표준편차도 평균과 유사한 패턴을 보이고 있는데 이는 <그림 1>에서도 볼 수 있는 것처럼 금과 코스피지수의 변동성이 원/달러환율에 비해 더 크다는 사실을 확인할 수 있다. 최대값과 최소값의 차이를 보더라도 금가격의 변동성이 상대적으로 코스피지수와 원/달러환율에 비해 크다는 사실을 볼 수 있다. 모든 자료의 왜도는 음(−)의 값을 가지

는데 이는 각 확률밀도함수가 왼쪽 꼬리 부분이 반대쪽보다 상대적으로 더 길다는 의미를 담고 있다. 또한 모든 자료들은 예외없이 10을 초과하는 첨도를 가지고 있어서 개별 자료의 주변확률분포가 두꺼운 꼬리를 가졌다고 예상할 수 있다. 왜도와 첨도의 통계량을 종합하면 개별 로그수익률은 정규분포를 따르지 않는데 정규분포 여부를 따지는 자크-베라(JB) 검정을 통해서도 그런 사실을 확인할 수 있다. 해당 검정통계량의 p-값이 통상적인 유의수준인 0.05 (즉, 5%) 보다 작기 때문에 주어진 자료들이 정규분포를 따르지 않는다고 결론짓는다. 게다가 자기상관 여부를 판단하기 위해 실시한 융-박스 검정 결과에 의하면, 금과 원/달러환율의 경우 귀무가설을 기각하여 자기상관 관계가 존재하는 것으로 나타났으며 코스피지수의 경우는 자기상관이 없는 것으로 드러났다. 그리고 조건부 분산의 자기상관과 군집현상(ARCH) 존재 여부를 파악하는 라그랑지 승수 검정법에 의하면 모든 자료들이 이분산을 가지는 것으로 나타났다. 마지막으로 코스피지수와 다른 두 변수와의 선형 상관계수는 모두 음(-)의 관계를 보여준다. 상호 연관성의 정도를 보면 금과 코스피지수의 조합보다 코스피지수와 원/달러환율의 연관성이 더 높다. 그러므로 금과 코스피지수 그리고 코스피지수와 원/달러환율은 각 조합별로 관련 변수들은 서로 반대방향으로 움직이는 경향이 있음을 말해준다. 이는 코스피지수에 대한 금의 헤지 가능성을 암시하는 것이다.

<Table. 1> Descriptive Statistics for log returns

	Gold	KOSPI Index	Exchange Rate
Mean	0.000318	0.000206	0.000049
Std. dev.	0.012863	0.012694	0.007567
Max.	0.131009	0.113071	0.056821
Min.	-0.126831	-0.111730	-0.091959
Skewness	-0.090464	-0.598908	-0.320084
Kurtosis	13.779400	10.177669	18.009759
JB	0.0000	0.0000	0.0000
Q(20)	0.0000	0.2359	0.0000
ARCH-LM	0.0000	0.0000	0.0000
Corr. stock	-0.2071	1	-0.5175

Notes: 표본은 2006년 11월 1일부터 2017년 12월 26일까지의 일별 로그수익률 자료이며 2761개의 관측치로 구성되어 있음. JB는 정규분포를 따른다는 귀무가설의 p-값이며, Q(20)은 시차가 20일 때까지 제곱된 로그수익률의 자기상관 관계가 존재하지 않는다는 귀무가설의 p-값을 나타냄. ARCH-LM은 시차가 12일 때까지의 ARCH(조건부 분산의 자기상관과 군집현상) 효과가 존재하지 않는다는 귀무가설에 대한 p-값을 보여줌. 그리고 Corr. stock은 코스피지수와의 상관계수를 나타냄.

4. 실증적 분석결과

4.1. 주변확률분포 모형에 대한 결과

우리는 식 (1)-(2)로 규정된 주변확률분포 모형을 가지고 주어진 로그수익률

자료들에 대해 각 자료별로 관련 모수들을 추정한다. <표 2>는 자료별 모수 추정의 결과를 제시한다. 각 로그수익률 자료에 공통적으로 AR(1)-GJR(1,1) 모형으로 필터링을 수행한다. 평균방정식의 경우 1계 자기회귀항의 모수 추정치가 통계적으로 유의하지는 않다. 하지만 다른 대안적인 모형들에 비해 모형 추정 이후의 통계량이 바람직한 특성들을 제공하기 때문에 주어진 모형을 적용한다. 조건부 분산을 추정한 결과에 의하면 모든 자료들에 있어서 변동성의 군집화 현상(즉, 오늘 변동성이 크면 내일 변동성이 커질 가능성이 높은 현상)이 목격되었으며 레버리지 효과도 통계적으로 유의하게 나타났다. 금과 원/달러환율의 경우 음(−)의 레버리지 효과를 나타내는데 이는 양(+)의 충격이 변동성에 미치는 효과가 음(−)의 충격보다 더 크다[2)]는 뜻이다. 반면에 코스피지수는 음(−)의 충격이 변동성을 상대적으로 더 증폭시키는 것으로 드러났다.

<Table. 2> Estimates for the marginal distribution models for log returns

	Gold	KOSPI Index	Exchange Rate
AR(1)			
ϕ_0	0.0002(0.0002)	0.0004(0.0002)*	−0.0002(0.00008)
ϕ_1	−0.017(0.018)	−0.005(0.020)	−0.017(0.019)
ν	5.47(0.53)*	5.54(0.74)*	5.34(0.65)*
GJR(1,1)			
ω	0.000002(0.0000008)	0.000002(0.0000006)	0.0000004(0.0000003)
α	0.100(0.015)*	0.013(0.011)*	0.011(0.015)*
β	0.917(0.012)*	0.906(0.011)*	0.913(0.010)*
γ	−0.065(0.016)*	0.133(0.020)*	−0.070(0.018)*
LogLik	8763	8877	10488
LB	0.560*	0.801*	0.227*
ARCH-LM	0.198*	0.069*	0.418*

Notes: 개별 로그수익률 자료에 대한 주변확률분포의 모수에 대한 최우추정량과 함께 괄호 안에 표준오차를 제시함. 주어진 로그수익률에 대해 AR(1)-GARCH(1,1) 모형을 통해 필터링을 실시. LogLik는 로그우도 값이고, LB는 시차가 20일 때 까지 표준화된 잔차의 자기상관 관계가 존재하지 않는다는 귀무가설의 p-값을 나타냄. ARCH-LM은 시차가 5일 때까지의 ARCH(조건부 분산의 자기상관과 군집현상) 효과가 존재하지 않는다는 귀무가설에 대한 p-값을 보여줌. *는 5% 유의수준에서 통계적으로 유의미한 것을 가리킴.

각 로그수익률 자료를 AR(1)-GJR(1,1) 모형을 사용하여 필터링을 수행하고 표준화된 잔차가 스튜던트 t분포를 따른다는 설정은 바람직한 특성을 가지는 것으로 나타났다. 융-박스 검정에 의하면 표준화된 잔차의 자기상관 관계가 존재하지 않는다는 귀무가설을 모든 자료에 대해 기각하지 못하므로 자기상관 관계가 존재하지 않는다고 결론지을 수 있다. 또한 ARCH 효과의 존재

2) GJR 모형을 나타내는 식 (2)에서 양(+)의 충격은 변동성에 α만큼의 효과를 미치게 되고 음(−)의 충격은 $(\alpha+\gamma)$만큼 변동성에 영향을 미친다.

여부를 검정한 결과에 의하면 유의수준 5%에서 ARCH 효과가 존재하지 않는다는 귀무가설을 모든 자료에 대해 기각하지 못하기 때문에 ARCH 효과가 존재하지 않는 것으로 드러났다. 따라서 평균방정식을 통과한 로그수익률 자료의 표준화된 잔차는 독립적이고 동질적으로 분포(iid)되어 있을 뿐만 아니라 스튜던트 t분포를 따른다는 설정이 주어진 자료를 잘 묘사하는 것으로 판단된다.

4.2. 의존도에 대한 코퓰라 추정

하나의 코퓰라는 균일분포를 따르는 확률변수들이 서로 연관되어 있는 일종의 결합분포이기 때문에 우리는 평균방정식을 통해 얻은 표준화된 잔차를 균일분포 따르는 확률변수로 만들기 위해 변환하는 과정을 거쳐야 한다. 단순한 모수모형을 적용하기 보다는 각각의 표준화된 잔차 양쪽 꼬리부분에 임계치를 설정하고 평균 근처 영역엔 경험적 누적확률분포함수를 적용하고 양쪽의 임계치를 초과하는 관측치에 대해서는 일반화된 파레토(GP)분포를 근사시켜 균일분포를 따르는 확률변수를 생성한다.

<표 3>은 타원형과 아르키미디언 코퓰라 모형을 추정한 결과를 제시한다. 아르키미디언 코퓰라(클레이튼, 검벌 코퓰라)의 경우 금과 코스피지수 그리고 코스피지수와 원/달러환율의 모든 조합에서 모수 추정치는 모두 양(+)의 값을 나타내고 있으나 모수 추정 과정에서 제약조건의 임계치로 설정한 값을 보여 적절한 모형으로 보기 어렵다. 플래킷 코퓰라의 경우 모수 추정치가 1보다 작은 양(+)의 값을 보이고 통계적으로 유의한 것으로 나타났다. 해석상 주의해야 할 대목은 플래킷 코퓰라의 모수는 영(0)과 무한대(∞) 사이에서 정의되며 모수의 값이 1일 때는 관련 변수들이 서로 독립적이다. 모수가 1보다 작으면 음(−)의 상관관계를 보이게 된다. (Nelsen (2006), p.92)

타원형 (즉, 가우시안과 스튜던트 t) 코퓰라의 경우 각각의 자료 조합에 있어서 공히 의존도(즉, ρ)에 대한 추정치는 음(−)의 값을 나타내고 5% 유의수준에서 통계적으로 유의하다는 결론을 얻었다. 코퓰라에 의한 의존도 추정치는 각 자료 조합의 로그수익률에 기반한 상관계수보다 그 절대값의 크기는 상대적으로 작기는 하지만 일관되게 유사한 모습을 보인다. 금과 코스피지수에 비해 코스피지수와 원/달러환율의 의존도 추정치가 더 큰 점도 눈여겨 볼만하다. 이와 함께, 스튜던트 t 코퓰라의 경우 자유도에 대한 추정치가 두 자료 조합에 있어서 9에서 10사이에 걸쳐 있으며 통계적으로 유의하다.

이는 주어진 자료들 사이의 꼬리 의존도가 존재한다는 것을 의미한다.
또한 가우시안 및 스튜던트 t 코플라의 시점이동 의존도 추정치를 살펴보면, 시간이 경과함에 따라 대부분의 특정 시점 상관계수의 추정치가 음(−)의 값을 보여주고 있기 때문에 전반적으로 음(−)의 의존관계를 가진다고 말할 수 있다. <그림 2>와 <그림 3>을 통해 시각적으로 확인할 수 있다. 모형 적합도를 평가하기 위해 최소 AIC[BIC] 기준을 적용하면 시점이동 스튜던트 t 코플라가 두 자료 조합 모두에 가장 적합한 모형으로 선정되었다.

<Table. 3> Estimates for copula models

		Gold vs KOSPI	KOSPI vs Exchange Rate
Gaussian	ρ	−0.148(0.019)*	−0.462(0.014)*
	LogLik	−30.7	−330.8
	AIC[BIC]	−61.4[−61.4]	−661.7[−661.7]
Student−t	ρ	−0.153(0.019)*	−0.474(0.013)*
	ν	9.453(0.199)*	10.778(0.226)*
	LogLik	−43.5	−343.8
	AIC[BIC]	−87.0[−87.0]	−687.5[−687.5]
Clayton	ξ	0.0001(0.174)	0.0001(0.004)
	LogLik	0.02	0.1
	AIC[BIC]	0.04[0.04]	0.2[0.2]
Plackett	δ	0.628(0.038)*	0.234(0.012)*
	LogLik	−29.3	−318.5
	AIC[BIC]	−58.7[−58.7]	−637.0[−637.0]
Gumbel	κ	1.100(0.017)*	1.100(0.022)*
	LogLik	81.6	177.6
	AIC[BIC]	163.1[163.0]	355.2[355.2]
TV Gaussian	ψ_0	−0.006(0.003)*	−0.035(0.017)*
	ψ_1	0.067(0.020)*	0.216(0.027)*
	ψ_2	1.948(0.032)*	1.934(0.050)*
	LogLik	−63.2	−369.6
	AIC[BIC]	−126.4[−126.4]	−739.2[−739.2]
TV Student−t	ψ_0	−0.007(0.004)	−0.040(0.019)*
	ψ_1	0.052(0.019)*	0.169(0.024)*
	ψ_2	1.947(0.041)*	1.930(0.055)*
	LogLik	−70.2	−378.5
	AIC[BIC]	−140.5[−140.4]	−757.0[−757.0]

Notes: 이 표는 금과 코스피지수 조합 그리고 코스피지수와 원/달러환율 조합에 대한 여러 코플라 모형에 대한 관련된 모수의 최우추정량을 제시하고 있음. 괄호 안에는 최우추정량의 표준오차를 기록함. AIC[BIC]의 최소값을 보여주는 코플라 모형이 주어진 자료를 가장 잘 묘사하는 것으로 판단할 수 있음. 가우시안 시점이동(TV) 코플라와 스튜던트 t 시점이동 코플라의 경우 식 (5)에서 m은 10으로 설정함. *는 5% 유의수준에서 통계적으로 유의미한 것을 가리킴.

해당 변수들에 있어서 극단적인 값들의 동반 움직임을 분석하기 위해 꼬리 부분 의존도 계수를 추정한다. 식 (4)에 의거한 꼬리 부분 의존도라는 것은 한 변수(즉, 한 자산)가 어떤 확률로 큰 손실 (또는 이득)을 경험한다는 가정하에서 다른 변수가 큰 손실 (또는 이득)에 처할 확률을 의미한다. 이 경우 두 변

수 간에 적용되는 확률은 동일하다.

꼬리 부분 의존도를 추정하기 위해 Patton(2013)에서 사용된 모수 및 비모수 모형에 의한 방법을 사용한다. 꼬리 부분 의존도의 비대칭성을 파악하기 위해 양쪽 꼬리 부분의 의존도를 개별적으로 추정한다. <표 4>에서 제시된 꼬리 의존도 추정 결과에 의하면, 금과 코스피지수 조합에 있어서 스튜던트 t코퓰라에 기반한 모수 모형의 경우 왼쪽과 오른쪽 꼬리 의존도가 각각 0.007과 0.001로 나타났으며 그 추정치에는 큰 차이가 없다. 동일 자료 조합에 대해 비모수 모형의 경우는 모수 모형의 결과에 비해 그 추정치는 커졌으나 추정된 양쪽 꼬리 의존도는 약간의 차이를 드러내고 있다. 코스피지수와 원/달러 환율 조합에 있어서 스튜던트 t코퓰라에 기반한 모수 모형의 경우 왼쪽과 오른쪽 꼬리 의존도가 각각 0.0005과 0.003로 나타났으며 그 추정치에는 큰 차이가 없다. 동일 자료 조합에 대해 비모수 모형의 경우는 양쪽 꼬리 의존도 모두 영(0)에 가깝다.

<Table. 4> Estimates for tail dependence

	Gold vs KOSPI		KOSPI vs Exchange Rate	
	모수 모형	비모수 모형	모수 모형	비모수 모형
Lower tail depend	0.007	0.195	0.0005	0.000
[90% 신뢰구간]	[0.005, 0.013]	[0, 0.712]	[0, 0.001]	[0, 0.580]
Upper tail depend	0.001	0.165	0.003	0.000
[90% 신뢰구간]	[0, 0.003]	[0, 0.597]	[0, 0.004]	[0, 0.517]

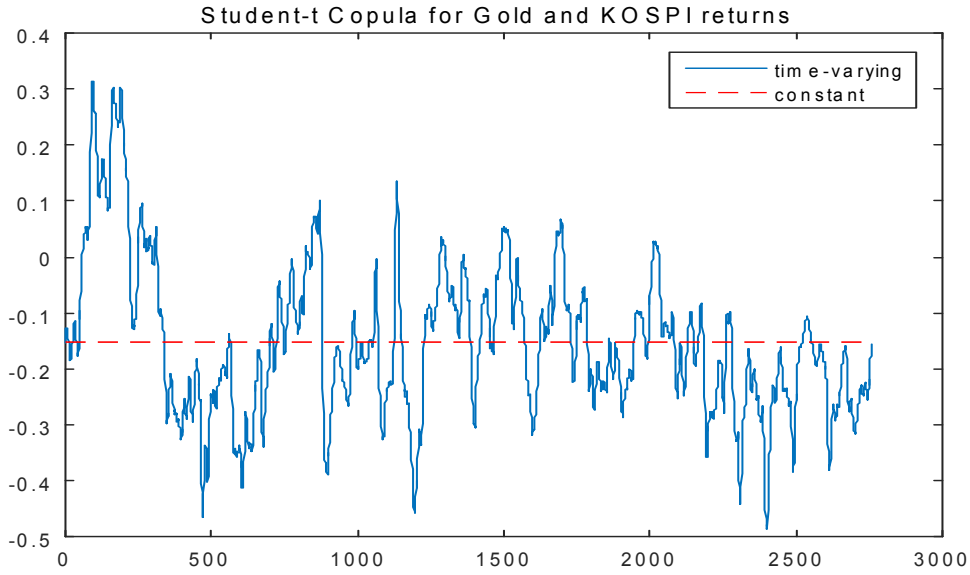
Notes : 이 표는 주어진 자료 조합의 표준적인 잔차에 대해 양쪽 꼬리 부분 의존도의 추정치를 보여줌. 모수 모형은 스튜던트 t코퓰라에 의거하여 계산되었고 꼬리 부분을 대상으로 t코퓰라를 적용하기 위한 임계치는 0.025와 0.975 분위에 해당하는 값임. 비모수 모형은 Frahm et al.(2005)에서 제시된 최적 임계치 선택 기준과 "로그" 추정치를 이용하여 계산함. 90% 신뢰구간은 100회의 부트스트랩 반복 표본추출에 의한 결과임.

앞에서 행한 분석을 통해 우리는 주어진 두 개의 자료 조합들에 대해 시점이동 스튜던트 t-코퓰라가 가장 적합한 것으로 드러났다. 이런 사실을 이용하면 우리가 던진 질문 중의 하나인 금이 주가지수의 움직임에 대한 헤지 수단의 기능을 수행하는 지 아니면 안전자산(즉, 자산 피난처)으로서의 기능이 강화되어 있는 지를 판단할 수 있다.

먼저 금이 주가지수에 대한 헤지 수단으로 기능하는 지를 평가할 수 있다. 금과 코스피지수에 대한 스튜던트 t-코퓰라를 이용한 의존도 추정 결과에 의하면 <그림 2>에 볼 수 있는 것처럼 종축 인근 특정 구간에서 양(+)의 의존도를 보일 뿐 평균적으로 음(−)의 의존도 추정치를 가지는 것으로 평가할

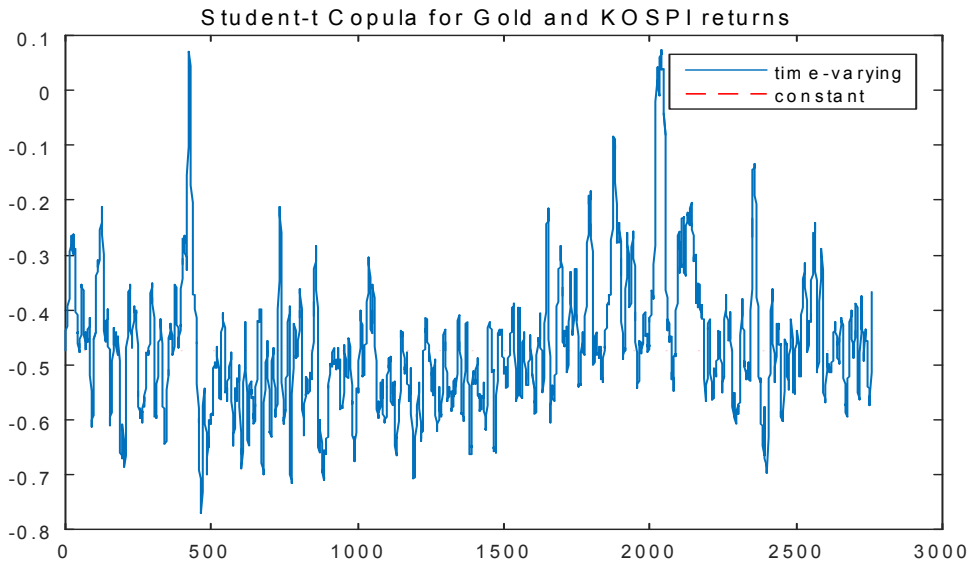
수 있다. 코스피지수와 원/달러환율 사이의 의존도 추정 결과에 의하면 <그림 3>에서 알 수 있는 것처럼 소수의 특정 시점을 제외하면 거의 모든 시점에서 음(−)의 의존도를 확인할 수 있다. 따라서 우리는 금과 원/달러환율 모두 주가지수의 변동에 대해 헤지 기능을 수행하고 있다고 결론 내릴 수 있다. 즉, 주가지수가 하락할 때 금 또는 원/달러환율은 인상된다는 것이다. 하지만 주가지수에 대한 헤지의 강도에 있어서는 원/달러환율이 금보다 더 큰 것으로 나타났다.

다음으로 금이 주가지수에 대한 안전 피난처로서의 역할에 대해 스튜던트 t−코풀라를 이용한 양쪽 꼬리 의존도의 추정 결과를 활용하여 분석할 수 있다. 두 개의 자료 조합 모두 왼쪽과 오른쪽 꼬리 의존도의 추정치가 영(0)에 가까워 금과 원/달러환율 모두 주가지수에 대해 자산 피난처로서의 역할을 수행하는 것으로 판명되었다. 왼쪽 꼬리 의존도를 고려할 때 주가지수에 대한 자산 피난처로서 원/달러환율이 금에 비해 다소 강하다는 점을 지적할 수 있다. 왜냐하면, 원/달러환율의 의존도 계수 추정치가 영(0)에 더 가깝기 때문이다. 오른쪽 꼬리 의존도를 고려할 때는 금이 상대적으로 강도가 약간 더 센 것으로 나타났다.



<Fig. 2> Linear correlation from time−varying Student t Copula model

<아래의 그림에서 제목이 KOSPI와 Exchange Rate으로 변경되어야 함>



<Fig. 3> Linear correlation from time-varying Student t Copula model

5. 리스크 관리에 대한 시사점

앞의 분석 결과는 금과 원/달러환율이 주가지수에 대해 헤지 수단으로 기능하고 있다는 사실을 증명하고 있다. 이는 주식투자자의 입장에서 주가가 불리한 방향으로 움직일 때 헤징 수단을 찾는 과정에서 아주 요긴하게 사용할 수 있다. 따라서 주가지수의 하방 리스크를 감소시키기 위해 헤지 수단으로 금을 선택했을 때의 효과성을 평가하는 것은 리스크관리 차원에서 매우 중요한 사안이다.

이 섹션에서의 분석을 위해 우리는 각각의 자료 조합별로 해당 로그수익률을 모의실험을 통해 생성한다. 즉, 주어진 t코퓰라의 모수를 가지고 먼저 표준화된 잔차를 모의실험으로 만들어내고 그런 다음 상호 의존적인 로그수익률을 생성한다. 이를 위해 첫째, 균일분포를 따르는 확률변수를 모의실험으로 구하고 둘째, 핵 함수와 일반화된 파레토 분포를 결합한 누적확률분포의 역함수를 사용하여 균일분포를 따르는 확률변수를 표준화된 잔차를 만들어낸다. 이 과정은 AR(1)-GJR(1,1) 필터링을 통해 얻은 실제 표준화된 잔차의 특징을 보유하게 된다. 우리는 모의실험을 통해 2000개의 관측치를 생성하여 분석에 활용한다.

금과 원/달러환율의 주가지수에 대한 헤지 효과성을 분석하기 위해 우리는 앞

서 생성한 모의실험 로그수익률을 가지고 주가지수 로그수익률을 기준 포트폴리오(BP)로 삼은 다음 서로 다른 세 개의 포트폴리오를 구성한다. 첫째, 각 조합내에 있는 두 변수에 대해 동일한 가중치를 적용한 포트폴리오(EWP)를 만든다. 둘째, 두 자료의 조합별로 평균-분산 최적 가중치를 적용하여 포트폴리오(MVP)를 형성한다. 셋째, CVaR[3]를 최소화하는 최적 가중치를 적용한 포트폴리오(CVaRP)를 마련한다.

각 자료 조합으로 구성된 하나의 포트폴리오가 주어져 있을 때 우리는 앞에서 제시한 세 가지 최적 가중치 각각을 다음의 방정식에 대입하여 로그수익률을 도출한다 :

$$r_t = \log\left(1+\omega^1\left(e^{r_t^1}-1\right)+(1-\omega^1)\left(e^{r_t^2}-1\right)\right) \quad (7)$$

여기서 r_t^1은 금과 코스피지수 조합에서 금의 로그수익률, 코스피지수와 원/달러환율 조합에선 코스피 로그수익률을 의미하고, r_t^2는 전자의 조합에서 코스피지수 로그수익률, 후자의 조합에선 원/달러환율의 로그수익률을 의미한다. 마찬가지로 ω^1은 전자의 조합에서 금에 투자된 비중을 의미하고 후자의 조합에선 코스피지수에 투자된 비중을 뜻한다.

그런 다음 코스피지수만으로 이루어진 기준 포트폴리오를 벤치마크로 삼아 나머지 각 포트폴리오와 비교하여 헤징 효과성(즉, 리스크 감소효과)을 다음과 같이 평가한다 :

$$HE = \frac{Variance(BP) - Variance(i)}{Variance(BP)}, \quad i = EWP, MVP, CVaRP \quad (8)$$

여기서 $Variance()$는 주어진 포트폴리오의 분산을 의미하고 BP는 기준 포트폴리오, EWP는 동일 가중치 포트폴리오, MVP는 평균-분산 최적 가중치 포트폴리오, 그리고 $CVaRP$는 CVaR 최소화 최적 가중치 포트폴리오를 가리킨다. <표 5>는 주가지수만으로 구성된 기준 포트폴리오를 대해 세 개의 서로 다른 가중치를 적용한 포트폴리오를 가지고 헤징 효과를 제시한다. 그 분석 결과에 의하면, 두 자료 조합에 대해 모든 포트폴리오(EWP, MVP, 그리고 CVaRP)는 리스크 감소 효과를 보여주고 있다. 이는 각 포트폴리오에 금이나 원/달러환율을 포함하는 것으로부터 리스크를 감소시키는 효과가 있음을 입증하는 것이며 앞에서 분석한 금이나 원/달러환율이 주가지수에 대해 헤지수단으로 기능한다는 결론과 일치된 결과이다.

---

3) CVaR는 리스크측정 지표 중의 하나로써 주어진 신뢰수준에서 특정 손실이 VaR(주어진 분포의 α-분위)를 초과할 가능성을 평가하는 것이다. 수학적으로 표현하면 CVaR는 VaR와 VaR를 초과하는 손실의 가중평균을 취하여 계산한다.

<Table. 5> Hedging effectiveness for portfolios

	Gold and Stock	Stock and Exchange Rate
EWP	0.538	0.666
MVP	0.516	0.694
CVaRP	0.519	0.735

Notes: 주가지수로만 구성된 기준 포트폴리오에 대해 금과 주가지수, 그리고 주가지수와 원/달러환율의 각 조합으로 구성된 포트폴리오의 헤징 효과를 보여줌. EWP는 동일 가중치 적용 포트폴리오, MVP는 평균-분산 최적 가중치 적용 포트폴리오, 그리고 CVaRP는 CVaR를 최소화시키는 최적 가중치 적용 포트폴리오를 의미함.

금과 주가지수의 조합 하에서 포트폴리오별 헤징 효과를 비교해 보면, 동일 가중치를 적용한 포트폴리오(EWP)가 가장 좋은 결과를 보여주고 있는 반면 주가지수와 원/달러환율 조합 하에서는 CVaR를 최소화시키는 최적 가중치를 적용한 포트폴리오(CVaRP)의 리스크 감소효과가 가장 좋았다.

6. 결론

금과 원/달러환율이 코스피지수에 대해 헤지 수단이 되는 지 또는 자산 피난처로서의 역할을 수행하는 지를 점검했다. 각 변수에 대해 바람직한 시계열자료의 특성을 유지하기 위해 적절한 필터링(즉, AR(1)-GJR(1,1) 모형 적용)을 행하여 표준화된 잔차를 구한다. 그런 다음 표준화된 잔차를 가지고 균일분포를 따르는 확률변수로 변환시켜 두 변수 간 의존관계를 파악하기 위해 코퓰라 함수를 적용한다. 주어진 자료에 가장 적합한 코퓰라 모형은 스튜던트 t코퓰라였으며 이 정보를 두 개의 자료조합 (즉, 금과 코스피지수, 그리고 코스피지수와 원/달러환율)에 적용했다. 그리고 리스크 감소 효과를 검토하기 위해서는 앞서 행한 실증적 분석결과를 바탕으로 모의실험에 의한 로그수익률 자료를 생성하여 활용하였다.

실증적 분석 결과에 의하면 금과 코스피지수, 그리고 원/달러환율과 코스피지수 사이의 의존구조는 음(-)의 상관관계를 보일 뿐만 아니라 해당 모수 추정치는 통계적으로도 유의했다. 이것이 시사하는 바는 금과 원/달러환율이 코스피지수에 대해 헤지 수단으로 작용하고 있다는 것이다. 또한 두 자료 집합에 대해 스튜던트 t코퓰라를 적용하여 도출한 꼬리 의존도에 의하면 각 자료 조합에서 해당 변수들 간에 상관관계가 존재하지 않는 것으로 드러났다. 이것의 시사점은 금융위기와 같은 극단적인 사건이 발생하는 기간 동안 금과 원/달러환율이 코스피지수에 대해 자산 피난처로서의 역할을 담당하고 있다는 사실이다.

앞에서 발견한 사실을 이용하여 실용적인 시사점을 도출하기 위해 코스피지수만으로 구성된 포트폴리오를 기준으로 비교되는 포트폴리오를 마련하여 헤징의 효과성을 살펴보았다. 그 결과에 의하면 금과 원/달러환율은 코스피지수에 상존하는 손실 위험을 줄이는데 기여하는 바가 있는 것으로 드러났다. 이를 현실적인 투자전략에 적용한다면 주식투자자는 지수 하락에 의한 손실 위험에 대비해 헤지 수단 또는 자산 피난처로 금이나 달러자산을 포트포리오에 편입시킬 수 있다는 것이다.

참고문헌

Baur, D.G., and B.M. Lucey, 2010. Is gold a hedge or a safe haven? An analysis of stocks, bonds and gold. *Financial Review*. Vol.45, pp.217-229.

Baur, D., and T.McDermott, 2010. Is gold a safe haven? International evidence. *Journal of Banking and Finance*. Vol.34, pp.1886-1898.

Ciner, C., C.Gurdgiev, and B.M., Lucey, 2013. Hedges and safe havens: an examination of stocks, bonds, gold, oil and exchange rates. *Int. Rev. Financ. Anal*. Vol.29, pp.202-211.

Conover, C.M., G.R.Jensen, and R.R. Johnson, and J.M. Mercer, 2009. Can Precious Metals Make Your Portfolio Shine ? *Journal of Investing* Vol.18, pp.75−86.

Frahm, G., M. Junker and R. Schmidt, 2005, Estimating the tail−dependence coefficient: Properties and pitfalls, *Insurance: Mathematics and Economics*, Vol.37, pp.80−100.

Miyazaki, T., Toyoshima, Y., and Hamori, S., 2012. Exploring the dynamic interdependence between gold and other financial markets. *Economics Bulletin* Vol.32 (1), pp.37-50.

Nelsen, R.B., 2006. An Introduction to Copulas. Springer: New York.

Pasutasarayut, P., and Chintrakarn, P., 2012. Is gold a hedge or safe haven? A case study of Thailand. Eur. J. Sci. Res. 74, 90-95.

Patton, A.J., 2006. Estimation of Multivariate Models for Time Series of Possibly Different Lengths, *Journal of Applied Econometrics* Vol.21(2), pp.147-173.

Patton, A.J., 2013. Copula methods for forecasting multivariate time series. May 2012, in G. Elliott and A. Timmermann (eds.) Handbook of Economic Forecasting Volume 2, Springer Verlag.

Reboredo, J.C., 2013. Is gold a safe haven or a hedge for the US dollar? Implications for risk management, *Journal of Banking & Finance*, Vol.37, pp.2665−2676.