코스피200 지수옵션 델타의 이상치 분석

조 담*
(Email: damcho.jnu.ac.kr)
2017.1.20일 작성

요약 : 이 논문에서는 2010년 1월4일부터 2016년 6월9일까지 코스피200 지수옵션의 모든 근월물 일별 가격자료를 사용하여, 이론적 제약을 벗어난 이상치, 즉 콜옵션 델타의 경우 0과 1, 풋옵션 델타의 경우 −1과 0의 범위 밖에 있는 관찰치의 특성에 대해 실증적 분석을 시도하였다.

이 논문의 가장 중요한 결과는 이상치의 크기와 발생 빈도가 매우 크다는 사실이다. 이상치의 빈도는 콜옵션의 경우 유형 1(역반응)이 전체의 25.70%, 유형 2(과민반응)가 18.98%로서 그 합계가 전체의 44.68%에 달하고, 풋옵션의 경우 유형 1이 22.68%, 유형 2가 17.83%, 그 합계는 40.51%에 달한다. 이상치의 델타 평균도 매우 크다. 유형 1(역반응)의 델타 평균은 콜옵션이 −1.2503, 풋옵션이 1.1681으로서 임계값인 0으로부터 크게 벗어나 있고, 유형 2의 델타 평균도 콜옵션이 3.5465, 풋옵션이 −3.5684로서 임계값인 ±1에서 크게 벗어나 있다.

이상치의 발생이 가격성, 잔여일수 및 거래량과 뚜렷한 관련성을 갖고 있다는 것을 보여주는 여러 가지 현상이 관찰되었다. 그 중에서도 깊은 내가격에서 과민반응의 상대빈도가 50% 내외의 큰 값을 보이고 있고 과민반응의 크기도 비교적 크다는 사실이 주목된다. 또 이상치 발생과 잔여일수 사이에 대체로 큰 관련이 없지만, 유독 만기일까지 11~15일 정도 남겨진 D4 구간에서만 유형 2(과민반응)의 평균이 두드러지게 크다는 것도 흥미 있는 점이다.

이 논문의 분석 결과들은 몇 가지 중요한 시사점을 제공한다. 그 하나는, 코스피200 지수옵션이 더 이상 여분자산으로 간주될 수 없으며 헤징을 위한 수단으로 사용하기 어렵다는 점이고, 두 번째의 시사점은 많은 투자자들이 옵션이 일종의 도박 또는 투기자산으로 인식하는 것이 상당한 실증적 근거를 갖고 있다는 점이다.

핵심단어 : 지수옵션, 델타, 가격성, 이상치, 과민반응, 단조성 특성, 자기과신

---

* 전남대학교 경영학부 교수.

코스피200 지수옵션 델타의 이상치 분석

조 담
(Email: damcho.jnu.ac.kr)

I. 서론

옵션가격의 일반적 특성에 관한 Bergman et al.(1996)의 증명에 의하면, 옵션가격의 확률적 변동의 유일한 원천이 기초자산의 가격변동이라면, 유럽형 옵션의 가격변동은 기초자산의 가격변동과 일정한 범위 내에서 단조함수의 관계를 가져야 한다는 특성, 즉 단조성 특성을 갖고 있고, 그 결과로서 옵션의 델타는 일정한 상한과 하한의 범위를 가져야 한다. 바로 이 단조성 특성 때문에, 옵션은 기초자산과 무위험자산의 결합에 의해 복제가 가능한 여분자산(redundant asset)임과 동시에 가격위험을 제거하는 헤징 수단으로 사용될 수 있다. 따라서 차익거래 또는 헤징의 목적으로 옵션을 이용하기 위해서는 옵션의 단조성 특성이 현실의 옵션가격을 충분히 설명하는지가 실증적 증거에 의해 뒷받침되어야 한다. 이를 위해서는 옵션의 델타가 이론적 제약을 만족시키고 있는지에 대한 통계적 분석이 행해져야만 한다.

이 논문은 옵션 델타에 대한 통계적 분석을 시도하는 데에 그 목적을 두고 있다. 이를 위해 이 논문에서 사용하는 분석방법은 매우 단순하다. 즉, 먼저 코스피200 지수옵션의 가격 자료로부터 옵션 델타를 계산하고, 이론적 제약을 벗어난 이상치(violation)가 어떤 빈도로 발생하는지를 추정하고, 이상치의 빈도와 크기가 가격성, 잔여일수, 거래량에 따라 어떤 차이를 보이는지 분석하고자 한다.

Bergman et al.(1996)의 단조성 특성은, 기초자산 가격이 1차원확산모형에 따라 변동할 경우, 콜옵션의 델타는 0과 1 사이, 풋옵션의 델타는 −1과 0 사이의 값을 가져야 한다는 것을 의미한다. 델타의 이상치는 이 이론적 제약을 벗어난 관찰치로 정의되는 것으로서, 그 빈도가 현저히 크다면 단조성 특성이 기각되고 옵션이 더 이상 여분자산으로 취급될 수 없다는 것을 의미한다.

Bakshi et al.(2000)는 Bergman et al.(1996)의 이론적 제약에 관한 실증적 연구로서 이 논문과 직접적 관련을 갖는 선구적 연구이다. 이들은 1994년 1월부터 8월까지 S&P500 지수옵션 가격의 일중 관찰치를 이용하여 이상치의 빈도가 상당히 높고 이상치 발생이 미시구조적 요인(매수・매도 호가차이, 틱 사이즈 제한 등)과 관련되어 있다고 주장하였다. 이 결과는 옵션을 여분자산으로 볼 수 없으며 헤징의 수단으로 이용될 수 없다는 것을 의미한다.

본 논문과 간접적으로 관련된 선행연구로서 조담(2015)을 들 수 있다. 조담(2015)은 코스피200 지수옵션의 내재변동성에 대한 통계적 분석의 결과로서 내가격 옵션의 가격이 과대평가되는 경향이 존재하며, 이것은 자기과신에 기초한 폭등기대의 증거로 해석하였다. 이러

한 해석은 이 논문에서 내가격 옵션의 델타에서 과민반응의 빈도가 현저히 높게 나타나는 결과에 의해서도 부분적으로 뒷받침된다고 볼 수 있다.

이 논문은 Bergman et al.(1996)의 단조성 특성에 관한 실증적 분석이라는 점에서 Bakshi et al.(2000)과 맥락을 함께 하지만 몇 가지 점에서 차별성을 갖고 있다. Bakshi et al.(2000)은 옵션 가격변동과 지수변동의 방향, 즉 부호를 주로 분석하였지만, 이 논문에서는 델타의 부호와 크기에 초점을 맞춤으로써 이상치의 빈도와 크기를 함께 분석하고자 시도하였다. 또 이 논문에서는 델타를 계산할 때, Bakshi et al.(2000)와는 달리 시간경과 등 다른 요소의 영향을 제거함으로써 본래 의미의 델타에 가능한 한 가까운 값을 계산하고자 노력하였다. 그리고 Bakshi et al.(2000)에서는 이상치 발생의 원인으로서 미시구조적 이유를 강조하였지만, 이 논문에서는 투자자 행태에 더 큰 비중을 두고자 한다.

II. 연구방법과 자료

1. 델타에 관한 예시적 검토

Bergman et al.(1996)은, 기초자산 가격이 1차원확산모형(one-dimensional diffusion model)에 따라 변동한다면, 옵션가격 변동이 단조성 특성을 갖게 되므로 옵션 델타는 다음의 제약조건을 만족시켜야 한다는 것을 증명하였다.[1)]

$$0 \le \Delta_C \le 1 \qquad (1)$$

$$-1 \le \Delta_P \le 0 \qquad (2)$$

단, Δ_C와 Δ_P는 각각 콜옵션과 풋옵션의 델타이다.

옵션가격결정의 구체적 모형이 특정된다면 델타 값의 범위가 훨씬 더 좁아질 수도 있으므로, 위의 두 식에 주어진 제약은 델타가 만족시켜야 할 이론적 제약조건으로서 가장 약한 형태의 제약이라고 할 수 있다. 블랙・숄즈 모형도 1차원확산모형 중에서 기초자산의 가격변동성(σ)이 상수인 특수한 경우의 옵션가격결정모형이므로, 당연히 위의 제약조건을 만족시켜야 한다.

여기에서는 이론적으로 예상되는 델타의 크기와 부호에 대한 직관적 판단이 가능하도록 하기 위하여, 가장 널리 알려져 있는 블랙・숄즈 모형에 수치 예를 적용하여 옵션 델타가 기초자산 가격 및 잔여일수와 어떤 관련을 갖고 있는지 살펴보기로 하자.

블랙・숄즈 모형에 의해 옵션가격이 결정된다면, 콜과 풋옵션의 델타는 각각 $N(d_1)$과 $N(d_1)-1$과 같다. [그림 1]은 기초자산 가격(S_t)이 달라짐에 따라 콜과 풋옵션의 델타가 어떻게 달라지는지를 보여주고 있다(기초자산의 가격 변동성이 0.7675%, 1일 이자율이 0.0086%, 행사가격이 252.5 포인트, 잔여일수가 10일인 경우를 가정하였다.[2)] 콜옵션의

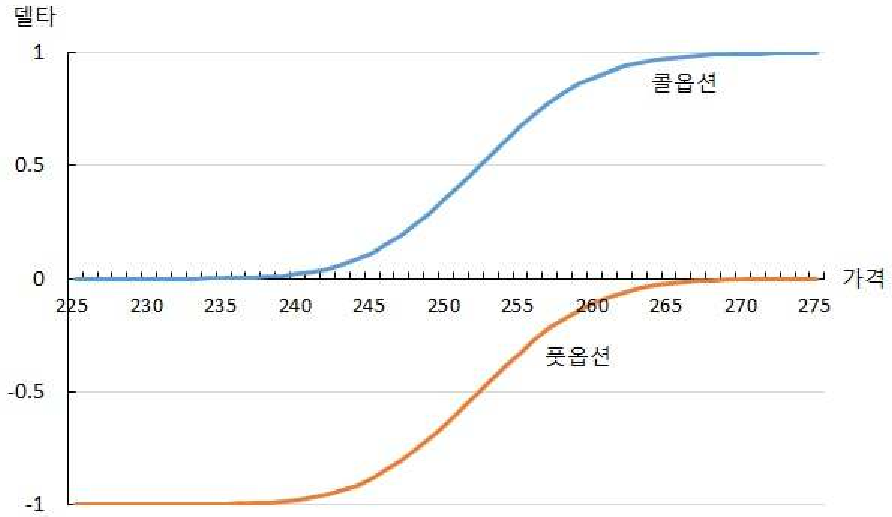
1) 1차원확산모형은 기초자산 가격의 변동이 $dS(t)=\mu[t,S]dt+\sigma[t,S]S(t)dW(t)$으로 나타내지는 모형이다. 단, t와 S는 각각 시간과 자산가격을 나타낸다. $\mu[t,S]$는 평균 항이고 $\sigma[t,S]$는 변동성이다. $dW(t)$는 표준브라운운동이다. Bergman et al.(1996)의 정리 1과 Bakshi et al.(2000)의 식(5)와 (6)을 참조하기 바란다. Bergman et al.(1996)에서는 기초자산 가격변동이 2차원확산모형인 경우에도 이 단조성 특성이 유지된다고 주장하고 있다.

2) 이 수치들은 최근 2년간 CD 이자율과 코스피200 주가지수로부터 계산된 평균에 가까운 값

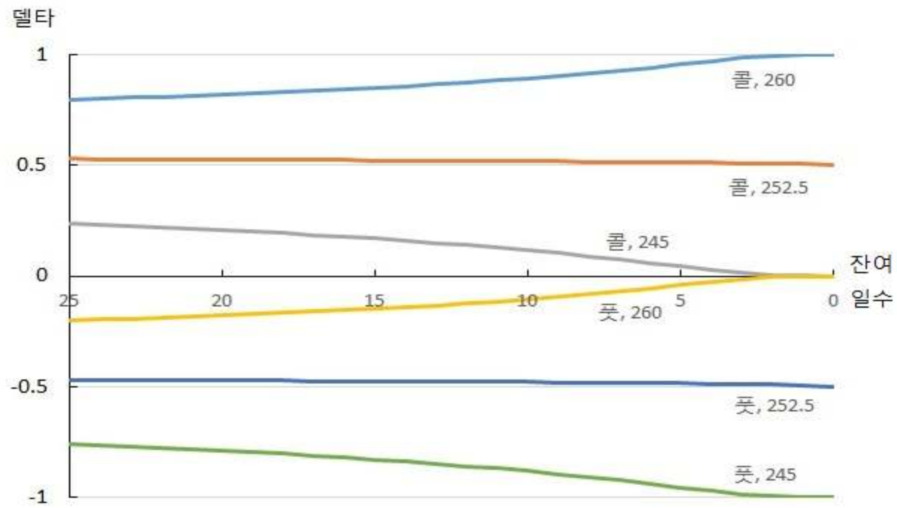
델타는 기초자산 가격이 상승할수록 0에서 1의 방향으로 증가한다. 즉, 깊은 외가격 콜옵션의 델타는 0에 가깝지만 깊은 내가격에서는 1에 접근한다. 풋옵션의 델타는 −1에서 0으로 증가한다. 즉, 풋옵션의 델타는 깊은 내가격에서 −1에 접근하지만 깊은 외가격에서는 0에 접근한다.

[그림 2]는 기초자산 가격이 245, 252.5 또는 260 포인트에서 일정하고 행사가격이 252.5 포인트라고 가정할 때 잔여일수가 달라짐에 따라 델타가 어떻게 달라질 것인지를 예시적으로 보여준다. 이 그림에서 등가격 옵션은 잔여일수가 감소하더라도 델타는 크게 달라지지 않는다. 그러나 잔여일수가 0에 가까워지면 내가격 콜옵션 델타는 1, 풋옵션의 경우는 −1에 접근하고, 외가격 옵션의 델타는 0에 접근한다.

[그림 1] 델타와 기초자산 가격의 예시적 관계



[그림 2] 델타와 잔여일수의 예시적 관계



들이다.

식(1)과 (2)의 이론적 제약을 벗어난 이상치(violation)는 다음과 같이 두 가지 유형으로 구분될 수 있다.

유형 1 (역반응): $\Delta_C < 0$ 또는 $\Delta_P > 0$ (3)

유형 2 (과민반응): $\Delta_C > 1$ 또는 $\Delta_P < -1$ (4)

유형 1은 옵션가격이 역반응(reverse reaction), 즉 이론적 제약에 의해 예상되는 부호와 다른 방향으로 반응하는 경우이다. 유형 2는 과민반응(overreaction), 즉 기초자산 가격 변동에 대해 옵션가격이 예상되는 방향으로 변동하지만 예상보다 더 민감하게 반응한 경우를 나타낸다. 그리고 식(1)과 (2)의 경우는 옵션 델타의 제약을 만족시키는 경우이므로 편의상 '정상치'라고 부르기로 한다.

Bakshi et al.(2000)에서는 주가지수 변동과 옵션가격 변동의 곱이 예상과 다른 경우를 유형 1로 구분하고 있는데, 이것은 위의 식(3)에 해당된다. 또 그들은 콜 또는 풋의 델타가 ±1을 벗어나는 경우를 유형 4로 구분하고 있는데, 이는 (4)에 해당하는 것이라고 볼 수 있다. 그들은 지수 변동이 0이지만 옵션가격 변동은 0이 아닌 경우 또는 옵션가격 변동은 0이지만 지수변동은 0이 아닌 경우도 별도의 유형으로 구분하고 있다. 앞의 경우는 코스피200의 일간 변동이 0인 경우가 5일에 불과하기 때문에 이들은 표본에서 제외하였다. 후자의 경우는 Bergman et al.(1996)의 옵션 델타의 제약조건을 나타내는 식(1)과 (2)에서 옵션 델타가 0인 경우, 즉 옵션가격 변동이 0인 경우도 제약조건의 범위에 포함되는 값이므로 이 논문에서는 이상치로 간주하지 않았다.

2. 델타의 계산

델타는 옵션가격의 변동을 주가지수 변동으로 나눈 비율로 정의된다($\Delta \equiv \partial \Pi / \partial S$). 실제의 자료에서 옵션가격 변동 $\Delta \Pi_t$ 는 t 시점의 가격에서 t−1 시점의 가격을 뺀 값으로 구해지지만, 이렇게 계산된 값은 다음 식과 같이 주가지수 변동의 영향뿐만 아니라 주가지수의 변동성, 이자율, 시간경과 등 다른 요인의 변동이 미치는 영향도 함께 반영된다.

$$\Delta \Pi_t \simeq \Delta_t \Delta S_t + \frac{1}{2} \Gamma_t \Delta S_t^2 + \Theta_t \Delta t + V_t \Delta \sigma_t + R_t \Delta r_t \qquad (3)$$

단, Π_t와 S_t는 t 시점의 옵션가격과 주가지수이다. Δ, Γ, Θ, V 및 R는 옵션가격의 델타 ($=\partial \Pi / \partial S$), 감마($=\partial^2 \Pi / \partial S^2$), 세타($=\partial \Pi / \partial t$), 베가($=\partial \Pi / \partial \sigma$) 및 로($=\partial \Pi / \partial r$)이다. σ_t는 기초자산의 가격변동성이고 r_t는 무위험이자율이다.

일반적으로 시간경과(time decay)가 매우 짧을 경우 식(3)의 우변의 두 번째 이하의 항들은 무시될 수 있을 것이다. 그러나 이 논문에서 사용하는 가격 자료의 시간간격이 1일로서 무시할 수 없는 크기이기 때문에, 식(3)의 우변의 두 번째 항에서 지수변동이 옵션가격 변동에 미치는 비선형효과와 세 번째 이하의 시간경과(Δt), 변동성 및 이자율의 변화가 옵션가격에 미치는 효과도 무시될 수 없다고 생각된다. 따라서 델타는 다음 식을 사용하여 계산하고자 한다.

$$\Delta_t = \frac{\Delta \Pi_t}{\Delta S_t} - \frac{\frac{1}{2} \Gamma_t \Delta S_t^2 + \Theta_t \Delta t + V_t \Delta \sigma_t + R_t \Delta r_t}{\Delta S_t} \qquad (4)$$

이 식에서 Δ_t를 계산하기 위해서는 옵션의 감마(Γ_t)와 세타(Θ_t)가 먼저 구해져야 한다. 감마와 세타는 관찰치가 주어지지 않으므로, 이를 계산하기 위해서는 특정한 이론모형을 선택하고 이를 이용하여 그 근사치를 구하여야 한다. 본 논문에서는 블랙·숄즈 모형을 이론적 모형으로 사용하고자 한다. 블랙·숄즈 모형은 여러 가지 문제점에도 불구하고 옵션가격결정모형으로서 가장 널리 사용되고 있을 뿐만 아니라, 옵션가격 변동을 설명하는 그릭 문자의 공식이 잘 정리되어 있고 실제 수치를 사용하여 그 값이 용이하게 계산될 수 있다는 장점을 갖고 있다.[3)]

식(4)를 계산할 때 주가지수 변동성(σ_t)의 추정치가 필요로 된다. 주가지수 변동성을 추정하는 문제는 그 자체로서 중요한 연구 주제이지만(강병진, 2012; 강소현·윤선중, 2009; 강장구·류두진, 2009; 이재하·권상수, 2001; 장국현, 2001; Kim & Kim, 2004 등), 본 논문에서는 변동성 추정치로서 해당 일을 포함한 직전 60일간의 코스피200 일간 수익률의 역사적 표준편차를 사용한다. 그리고 잔여일수의 일수는 휴일을 제외한 거래일의 수이다.

3. 자료

본 논문에서 사용하는 자료는 2010년 1월4일부터 2016년 6월9일까지 코스피200 지수옵션의 근월물 일별 가격자료이다. 2010년 1월4일의 코스피200 시가는 221.67포인트, 2016년 6월9일 종가는 250.19포인트이었으며, 이 기간 중 종가 평균은 250.28포인트이었다. 이 기간 중 2012년의 유럽재정위기로 상당한 변동성이 나타나기도 했지만, 전체적으로 볼 때 250포인트를 중심으로 비교적 적은 변동성을 보여주는 시기이었다.

옵션가격 자료는 매일의 15시15분 종가로 이루어진 시계열이다(만기인 매월 두 번째 목요일에는 14:45분에 종가가 결정된다). 지수옵션 종가는 그 이전 10분간의 동시호가에 의해 결정된 단일가격으로서, 15:00분에 결정된 코스피 200 종가를 반영하여 결정된다. 동일일자에 행사가격이 다른 여러 개의 옵션이 거래되므로 계약 내용에 따라 거래량이 큰 차이를 보인다. 흔히 이상치를 제거하기 위하여 거래량을 일정 수량 이상으로 제한한 표본을 사용하기도 하지만, 이 논문에서는 이상치 그 자체가 중요한 분석대상이므로 근월물 여부와 실제 거래가 발생했는지 여부를 제외한 어떤 제한도 두지 않고자 한다. 따라서 1일 거래량이 1계약인 경우도 표본에 포함되어 있다.

이 가격자료에서 t−1일 종가 대비 t일 종가로부터 가격변동이 계산되었으며, 주가지수 변

---

3) 식(3)과 (4)에서 블랙·숄즈 모형에 기초한 그릭 문자의 구체적인 공식은 Hull(2009), Ch.17을 비롯한 주요 교과서에 잘 정리되어 있다. 콜옵션 세타는 $\Theta_C = -\dfrac{S_t N'(d_1)\sigma}{2\sqrt{\tau}} - rKe^{-r\tau}N(d_2)$이고 풋옵션 세타는 $\Theta_P = -\dfrac{S_t N'(d_1)\sigma}{2\sqrt{\tau}} + rKe^{-r\tau}N(-d_2)$이다. 감마는 콜과 풋옵션 모두 $\dfrac{N'(d_1)}{S_t\sigma\sqrt{\tau}}$이다. 베가는 콜과 풋옵션 모두 $V = S_t\sqrt{\tau}N'(d_1)$이다. 콜의 로는 $R_C = K\tau e^{-r\tau}N(d_2)$, 풋의 로는 $R_P = -K\tau e^{-r\tau}N(-d_2)$이다. 이 식들에서 S_t는 기초자산 가격, σ는 기초자산 가격의 변동성, τ는 옵션의 잔여일수이고 $N'(d_1) = (1/\sqrt{2\pi})e^{-d_1/2}$이다.

동이 0이기 때문에 델타가 계산될 수 없는 경우는 표본에서 제외하였다.4) 이렇게 구해진 델타의 관찰치 수는 콜옵션에서 41,582개, 풋옵션에서 43,140개, 합계 84,722개이었다.

[표 1]은 이 논문에서 사용된 주요 변수들의 기술통계를 정리한 것이다. 주가지수 변동성의 평균은 1.0064%이지만, 2010년 1월의 2.1%에서 2016년 6월의 0.6% 수준으로 크게 하락하는 추세를 보이고 있다. 또 CD 이자율도 크게 하락하였다. 즉, 이자율 평균은 연 2.66%(1일 0.0107%)이지만, 2010년 1월의 2.86%에서 2016년 6월에는 거의 1/2 수준인 1.39%로 크게 하락하였다. 그러나 두 변수의 값이 6년 6개월의 장기에 걸쳐 비교적 단조로운 하락추세를 보였기 때문에 일간변동의 평균은 거의 0에 가깝다.

[표 1]에서 콜과 풋의 델타 평균은 각각 0.5645와 −0.5830으로서 대체로 등가격 옵션에서 예상되는 값과 비슷하다. 델타에 관해 특히 눈에 띄는 점은 왜도의 절대값과 첨도가 매우 큰 값이라는 점이다. 즉, 콜옵션 델타가 아래쪽 꼬리가 매우 두텁고 중앙이 뾰쪽한 분포를 갖고 있으며 음(−)의 델타의 빈도도 상당히 클 수 있다는 것을 의미한다. 이와는 달리 풋옵션 델타는 위쪽 꼬리가 두텁기 때문에 양(+)의 델타의 빈도가 상당히 클 수 있다.

[표 1] 주요 변수의 기술통계량

ΔS는 코스피 200 주가지수의 일간변동이다. σ는 일간수익률의 60일 역사적 표준편차로 계산된 주가지수 변동성이고 $\Delta\sigma$는 주가지수 변동성의 일간 변동이다. r은 무위험이자율의 대용변수로서 매일의 CD 이자율을 연평균 거래일수 247.6일로 나눈 값이다. Δr은 무위험이자율의 변동이다. $\Delta\Pi_C$와 $\Delta\Pi_P$는 콜옵션과 풋옵션 가격의 일간변동이고 Δ_C와 Δ_P는 델타이다. 초과첨도는 첨도에서 3을 뺀 값이다. JB 통계량은 Jarque−Bera 정규성 검증통계량이고 nobs는 관찰치수이다. 평균 또는 JB통계량의 **와 * 표시는 0과 동일하다는 귀무가설이 각각 1%와 5% 유의수준에서 기각된다는 것을 나타낸다.

	평균	표준편차	왜도	초과첨도	최소값	최대값	JB 통계량	Nobs
ΔS	0.0162	2.6144	−0.26	2.92	−15.33	11.85	581**	1,591
σ	0.0101**	0.0039	2.18	5.27	0.0058	0.0263	3,104**	1,591
$\Delta\sigma$	−0.0000	0.0002	0.07	13.31	−0.0016	0.0020	11,750**	1,591
r	0.0001**	0.0000	−0.22	−0.87	0.0001	0.0001	63**	1,591
Δr	−0.0000*	0.0000	−3.66	97.84	0.0000	0.0000	637,765**	1,591
$\Delta\Pi_C$	−0.0259**	1.6982	0.96	25.34	−22.80	34.55	1,118,783**	41,582
$\Delta\Pi_P$	−0.0625**	2.0195	−3.83	121.95	−69.60	16.80	26,835,826**	43,140
Δ_C	0.5645**	7.9553	28.78	1,168	−110.25	358.73	2,370,543,338**	41,582
Δ_P	−0.5830**	7.9761	−29.63	1,179	−343.09	187.51	2,506,540,855**	43,140

4. 가격성의 구분

옵션은 행사가능성과 행사할 때의 이득의 크기에 따라 그 가치가 결정되는 청구권이므로 가격성(moneyness)은 옵션가격 및 옵션 델타를 결정하는 가장 중요한 변수이다. 기초자산가격과 델타의 관계를 보여주는 [그림 1]에서 행사가격은 계약조건에 의해 고정된 값이므로, 이 그림은 사실상 가격성과 델타의 이론적 관계를 예시적으로 보여주는 그림으로 해석

4) 주가지수 변동이 없는 일자는 2010.3.10일, 2010.3.24일, 2013.3.28일, 2015.9.24일, 2015.11.11일이었다. 이 일자를 빼면 델타 계산에 사용된 지수는 1,586일의 자료이다.

될 수 있다.

이 논문에서 t일의 옵션의 가격성(M_t)은 다음과 같이 주가지수 종가에서 옵션의 행사가격을 뺀 값으로 정의한다.[5)]

$$M_t = S_t - K \tag{5}$$

단, M_t는 어떤 옵션의 t일의 가격성이고 K는 행사가격이다.

코스피200 지수옵션은 주가지수 변동에 따라 2.5 포인트 간격의 행사가격을 갖는 옵션이 새로이 상장되고 있으므로, 행사가격 또는 가격성이 다른 다양한 유럽형 옵션이 동일 시점에 거래된다. 이 논문에서는 분석의 편의를 위해, 모든 옵션을 가격성의 크기에 따라 [표 2]에서와 같이 7개의 구간으로 단순화하고자 한다.

또 분석의 편의를 위해 잔여일수(days to maturity)도 [표 2]에서와 같이 5개의 구간으로 구분한다. D1 구간은 만기일 효과가 존재할 가능성을 고려하여 0~1일만으로 구간을 설정하였다.[6)] 이 논문에서 근월물 옵션만을 분석대상으로 사용하고 있으므로 최대 잔여일수는 24일이다.

[표 2] 가격성과 잔여일수의 구분

콜옵션과 풋옵션의 값은 전체 관찰치수에 대한 각 구간별 관찰치수의 구성비이다. 콜옵션 전체의 관찰치수는 41,582개이고 풋옵션 전체의 관찰치수는 43,140개이다.

가 격 성					잔 존 만 기				
구간	정의	구간평균	콜옵션	풋옵션	구간	정의	구간평균	콜옵션	풋옵션
M1	$M_t < -17.5$	−31.42	20.6%	22.3%	D1	0~1일	0.49	9.9%	9.8%
M2	$-17.5 \le M_t < -10$	−13.68	11.1%	10.7%	D2	2~5일	3.50	19.6%	19.8%
M3	$-10 \le M_t < -2.5$	−6.25	11.4%	11.0%	D3	6~10일	7.99	24.4%	24.3%
M4	$-2.5 \le M_t \le 2.5$	0	7.6%	7.3%	D4	11~15일	13.00	24.1%	24.1%
M5	$2.5 < M_t \le 10$	6.25	11.4%	11.0%	D5	15일초과	18.53	22.1%	21.9%
M6	$10 < M_t \le 17.5$	13.72	11.2%	10.9%					
M7	$17.5 < M_t$	29.74	26.6%	26.8%					

III. 델타 이상치의 분석

1. 전체자료의 델타

[표 3]은 가격성 및 잔여일수 구간별로 모든 델타 관찰치의 평균과 표준편차를 정리한 것

5) 가격성은 기초자산 가격의 변동성을 고려하여 결정된다. 가격 변동성이 주가 수준에 비례하는 경우--즉, 주 1의 동태모형에서 확산 항이 σSdW 또는 $\sigma\sqrt{S}dW$인 경우--에는 가격성을 비율기준인 S_t/X로 구하고(예컨대 Bakshi et. al(2000) 등), 변동성이 주가 수준과 무관한 경우--확산항이 σdW로 표시될 수 있는 경우--에는 식(5)와 같이 금액 기준으로 구하는 것이 좋다고 생각한다. 우리나라에서 코스피200 지수의 변동성이 주가수준에 비례한다는 충분한 실증적 증거가 없고, 지수옵션 상장기준이 지수±2.5의 배수로 고정되어 있다는 점을 고려하여 금액기준으로 가격성을 계산하고자 한다.

6) 남길남・이효섭(2012)은 우리나라 파생상품 시장에 만기일효과가 존재한다고 보고 있다.

이다. [표 3]의 왼쪽 패널에서 콜옵션 델타 평균은 M1의 0.0052에서 M7의 1.1302로 단조롭게 증가하는 모습을 보이고, 풋의 델타 평균도 M1의 −1.4118에서 M7의 −0.0270로 단조롭게 증가하는 모습을 보이고 있다. 델타 평균과 가격성의 관계에만 주목하면, 지수변동에 대한 옵션가격의 반응이 대체로 정상적인 것처럼 보일 수도 있다. 그러나 깊은 내가격(콜옵션의 M7과 풋옵션의 M1)에서 델타가 ±1을 벗어나고 있다는 점과 등가격 또는 내가격 옵션의 델타가 상당히 큰 표준편차를 보이고 있다는 점에도 주목한다면, 지수변동에 대한 옵션가격의 반응이 델타 값의 분포에 대한 주의 깊은 분석이 필요하다는 것을 알 수 있다.

[표 3]의 오른쪽 패널은 전체 자료의 델타 평균과 잔여일수의 관계를 보이고 있다. 각 잔여일수 구간에는 가격성이 다른 모든 델타가 포함되어 있기 때문에, 델타 평균은 대체로 전체 평균 또는 등가격 수준에 가까울 것으로 예상될 수 있다. [표 3]에서 델타 평균은 잔여일수 구간에 따라 상당한 변화를 보이지만, 특히 만기까지 11~15일이 남은 D4에서 콜과 풋의 델타 평균의 절대값이 1보다 큰 값을 보이고 있다. 그 이유에 대해서는 다음의 [표 6]에서 구체적으로 설명될 것이다.

[표 3] 델타의 기초통계 : 전체 자료

이 표는 가격성 및 잔여일수 구간별로 모든 델타 관찰치의 평균과 표준편차를 정리한 것이다. 가격성과 잔여일수의 구간은 [표 2]의 기준에 의해 구분된 것이다. t 값의 **과 * 표시는 평균이 0과 동일하다는 귀무가설이 각각 1%와 5% 유의수준에서 기각된다는 것을 나타낸다.

	가격성	델타평균	표준편차	t 값	관찰치수	잔존만기	델타평균	표준편차	t 값	관찰치수
콜	M1	0.0052	0.1573	1.21	8,574	D1	0.4108	20.2177	5.85**	4,110
옵	M2	0.0427	1.4491	2.41**	4,616	D2	0.5547	23.3631	10.35**	8,141
션	M3	0.2169	9.4332	4.87**	4,756	D3	0.2839	19.1776	6.52**	10,129
	M4	0.5869	29.6433	6.06**	3,168	D4	1.0375	210.2364	7.16**	10,025
	M5	0.8015	59.6060	7.16**	4,753	D5	0.4351	5.8157	17.28**	9,177
	M6	0.8668	87.6916	6.32**	4,669					
	M7	1.1302	161.4704	9.35**	11,046					
	전체	0.5645	7.9553	7.96**	41,582	전체	0.5645	7.9553	7.96**	41,582
풋	M1	−1.4118	187.4672	−10.11**	9,610	D1	−0.2575	28.3948	−3.14**	4,233
옵	M2	−0.8999	81.8635	−6.74**	4,596	D2	−0.4113	18.6337	−8.81**	8,545
션	M3	−0.8480	65.5981	−7.22**	4,754	D3	−0.3586	8.6518	−12.49**	10,495
	M4	−0.4642	42.0017	−4.03**	3,168	D4	−1.2281	221.0669	−8.43**	10,405
	M5	−0.2548	12.2974	−5.01**	4,754	D5	−0.4232	7.2381	−15.30**	9,462
	M6	−0.0900	6.9004	−2.35**	4,692					
	M7	−0.0270	1.6078	−2.29*	11,566					
	전체	−0.5830	7.9761	−15.18**	43,140	전체	−0.5830	7.9761	−15.18**	43,140

2. 이상치의 크기와 빈도

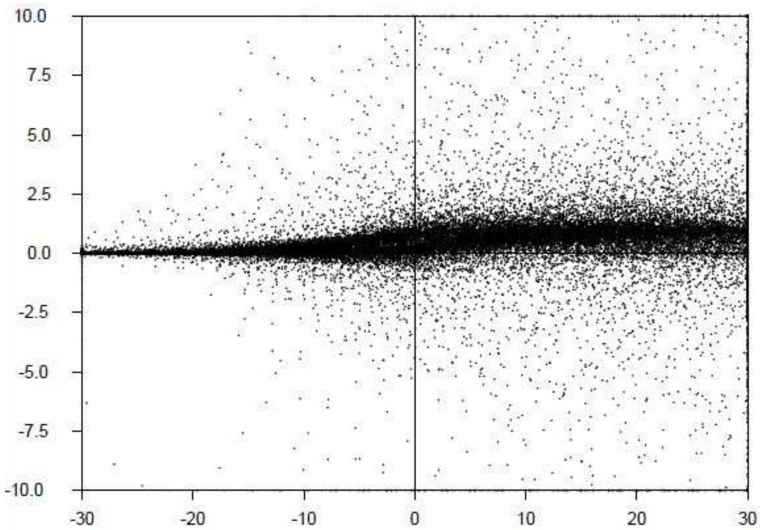
이미 설명한 바대로 현실적으로 델타에 대해 설정할 수 있는 가장 약한 제약은, 콜옵션의 델타가 0과 1 사이 양의 값이고 풋옵션의 델타는 −1과 0 사이의 음의 값이어야 한다는 Bergman et al.(1996)의 제약이다. 이 제약이 유효하게 작용하고 있는지에 대한 직관적 판

단을 위해 실제 관찰된 델타의 분포를 산포도로 나타낸 것이 [그림 3]과 [그림 4]이다.

두 그림을 얼핏 보면 어느 것이 콜옵션 델타인지 또는 풋옵션 델타인지 식별하기 어려울 정도로 광범하게 흩어져 있다. 좀 더 주의 깊게 보면, 실제 델타의 많은 관찰치들이 $0 \le \Delta_{\mathrm{call}} \le 1$ 또는 $-1 \le \Delta_{\mathrm{call}} \le 0$이라는 이론적 제약을 벗어나 있으며, 그 분포 역시 매우 넓게 흩어져 있다는 것을 알 수 있다. 전체적으로 콜옵션 델타가 양(+)의 쪽에, 풋옵션 델타가 음(−)의 쪽에 치우쳐 있는 것으로 보이지만, 두 그림에서 델타가 매우 큰 값에서 매우 작은 값까지 광범하게 분포되어 있고 예상과 다른 부호를 갖는 경우도 대단히 많다.

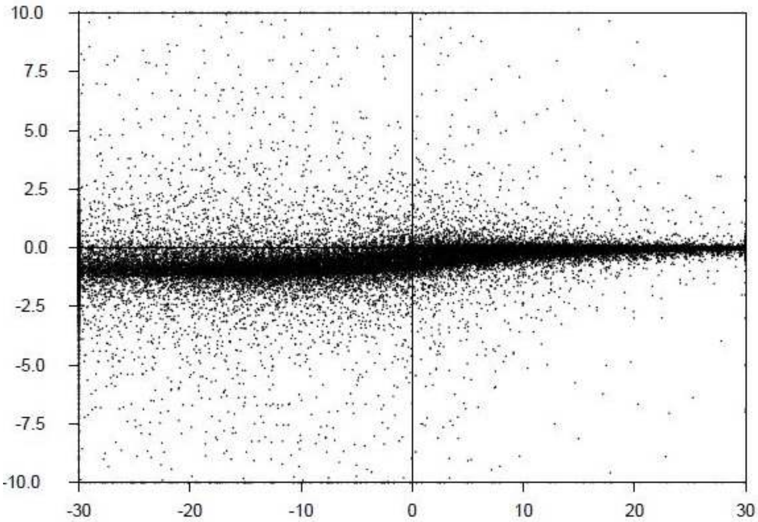
[그림 3] 콜옵션 델타의 분포

X축은 가격성이고 Y축은 델타이다. 가격성은 ±30, 델타는 ±10의 범위로 제한하여 표시하고, 이를 벗어날 경우는 경계선에 나타냈다.



[그림 4] 풋옵션 델타의 분포

X축은 가격성이고 Y축은 델타이다. 가격성은 ±30, 델타는 ±10의 범위로 제한하여 표시하고, 이를 벗어날 경우 경계선에 나타냈다.



콜과 풋옵션 델타의 정상치와 이상치의 유형별 상대빈도와 기본통계량이 [표 4]에 정리되어 있다. 콜옵션의 경우 유형 1(역반응)이 전체의 25.70%, 유형 2(과민반응)가 18.98%, 이상치 빈도의 합계는 44.68%에 달한다. 풋옵션은 유형 1이 22.68%, 유형 2가 17.83%, 그 합계는 40.51%에 달한다. 콜과 풋옵션 전체의 유형 1의 빈도는 24.16%, 유형 2의 빈도는 18.40%이고, 전체의 이상치 발생빈도는 42.56%이다(전체 관찰치수는 84,722개). 전체적으로 이상치의 상대빈도는 풋옵션보다 콜옵션에서 그리고 유형 2(과민반응)보다 유형 1(역반응)에서 더 높은 값을 보이고 있다.

여기에서 간과할 수 없는 사실은 이상치의 평균도 상당히 크다는 점이다. 유형 1(역반응)의 델타 평균은 콜옵션에서 −1.2503, 풋옵션에서 1.1681이다. 역반응의 크기가 매우 크다고 할 수 있는 ±1의 값을 벗어난 경우는 콜옵션에서 전체 관찰치수의 4.08%, 풋옵션에서 전체의 3.76%이다. 또 유형 2의 델타 평균은 콜옵션의 3.5465, 풋옵션의 −3.5684로서 ±1에서 크게 벗어나 있다. 과민반응이 매우 큰 경우로서 델타가 ±2를 벗어난 델타의 빈도는 콜옵션에서 전체의 5.44%, 풋옵션에서 전체의 4.90%에 달한다.

Bakshi et al.(2000)의 일간 자료의 경우 콜옵션에서 유형 1이 9.1%, 유형 2가 11.5%, 합계 20.6%이고 풋옵션에서 유형 1이 5.4%, 유형 2가 13.2%, 합계 18.6%이었다.[7] 이와 비교하면, 코스피200 지수옵션의 이상치 비율을 S&P500 지수옵션에 비해 2배를 초과하는 매우 높은 비율이다. 이처럼 이상치가 전체 관찰치의 40%를 초과할 정도로 크다는 것은 코스피200 지수옵션이 식(1)과 (2)의 이론적 제약을 만족시키지 못하고 있으며, 더 이상 여분 자산으로 간주될 수 없고 헤징을 위해 사용될 수도 없다는 것을 의미한다.

7) Bakshi et al(2000)의 표 3을 참조.

[표 4] 델타의 유형별 기본 통계

Δ_C는 콜옵션 델타이고 Δ_P는 풋옵션 델타이다. 상대빈도는 각 유형별 델타의 관찰치수를 전체 관찰치수로 나눈 값이다. 평균과 표준편차는 각 유형별 델타의 평균과 표준편차이다. 평균의 ** 표시는 평균이 0과 동일하다는 귀무가설이 1% 유의수준에서 기각된다는 것을 의미한다.

	$0 \le \Delta_C \le 1$ (정상)	$\Delta_C \le 0$ (유형 1)	$\Delta_C \ge 1$ (유형 2)	전체 자료	$-1 \le \Delta_P \le 0$ (정상)	$\Delta_P \ge 0$ (유형 1)	$\Delta_P \le -1$ (유형 2)	전체 자료
관찰치수	23,002	10,687	7,893	41,582	25,666	9,782	7,692	43,140
상대빈도	0.5532	0.2570	0.1898	1	0.5949	0.2268	0.1783	1
평균	0.3844**	−1.2503**	3.5465**	0.5645**	−0.3557**	1.1681**	−3.5684**	−0.5830**
표준편차	0.3327	5.7806	16.5659	7.9553	0.3324	5.5969	17.4254	7.9761
최소값	0	−110.25	1	−110.25	−1	0	−343.09	−343.09
10%ile	0.0006	−2.0327	1.0476	−0.1120	−0.8750	0.0000	−4.3234	−1.2903
25%ile	0.0439	−0.4052	1.1320	0.0000	−0.6579	0.0005	−2.1240	−0.8462
중위수	0.3313	−0.0356	1.4033	0.2455	−0.2574	0.0526	−1.3773	−0.2009
75%ile	0.6891	−0.0015	2.2174	0.8666	−0.0352	0.4444	−1.1278	0
90%ile	0.8755	0	4.3141	1.3653	−0.0040	1.9449	−1.0453	0.0838
최대값	1	0	358.72	358.72	0	187.51	−1	187.51

이처럼 다수의 델타 관찰치들이 예상범위를 벗어난 이유에 대해 명확한 설명이 가능하지 않다. 옵션시장은 현물시장 종료보다 15분 후에 폐장되므로, 즉 옵션 종가가 기초자산 가격에 관한 명확한 정보를 갖고 결정되므로, 델타 관찰치가 이론적 제약을 벗어나는 것이 기초자산 가격에 관한 정보의 부족 또는 잘못된 정보 때문에 발생한 것이라고 볼 수는 없다.

다른 이유로서 투자자들의 선제적 거래(preemptive trading)—투자자들이 현물시장 가격에 반영되지 않은 사적정보를 갖고 있을 때 미래의 주가지수 변동을 예상하고 선제적으로 옵션을 거래하는 것—을 생각해 볼 수도 있다. 다수의 옵션 거래자가 사적 정보에 의해 주가지수 변동을 더 잘 예측할 수 있다는 자기과신(overconfidence) 편향을 갖고 있다면, 그들은 선제적 거래를 행하게 될 것이고 그것이 델타의 이상치를 발생하게 할 수도 있다. 그러나 실제 자료가 보여주는 것만큼 높은 빈도로 선제적 거래가 발생할 수 있는지는 여전히 의문이지만, 부분적으로나마 그 가능성이 있는지에 대해서는 추가적 연구의 과제이다.

또 다른 가능성으로서 거래자들의 가격오차(mispricing) 수정을 생각해 볼 수 있다. 즉, 전일 또는 그 이전의 현저한 과민반응으로 옵션가격이 정상적 가격과 커다란 괴리를 보일 때, 이를 수정하기 위한 행동으로 비정상적인 옵션가격 변동이 발생할 수 있다.

그 이유가 무엇이든, 정상범위를 규정한 식(1)과 (2)가 매우 약한 제약조건이라는 점을 감안한다면, 이를 벗어난 이상치의 빈도가 관찰 자료의 40% 이상에 달한다는 사실 그 자체만으로도 충분히 주목 받을만한 가치가 있다. 또 이러한 이상치의 빈도를 감안할 때, 현실의 많은 투자자, 그 중에서도 소규모 개인투자자들이 옵션을 투기 또는 일종의 도박으로 생각하고 있다는 것이 그 나름의 충분한 통계적 근거를 갖고 있다고 판단될 수 있다.

3. 이상치와 옵션 특성의 관계

1) 가격성

[표 5]는 이론적 제약을 만족시키는 정상 자료, 유형 1과 2의 이상치 자료로 구분하여 델타의 가격성 구간별 상대빈도를 정리하고 있다. 이 표에서는 어떤 가격성 구간에서 이상치가 보다 많이 발생하는지 여부를 판단하기 위하여, 가격성 구간별로 유형별 이상치의 상대빈도와 정상치의 상대빈도의 차이가 0이라는 귀무가설에 대한 Z 검증을 시도하였다.[8)]

먼저 정상치 자료의 델타 평균과 상대빈도를 [표 3]의 전체 자료와 비교해 보면 상당한 차이가 있다는 것을 알 수 있다. 정상치 자료의 구간별 상대빈도는 전체 자료와 큰 차이가 없지만 구간별 델타 평균은 상당한 차이를 보이고 있다. 즉, 콜옵션과 풋옵션 모두에서 깊은 내가격(콜의 M7, 풋의 M1)에서의 델타 평균의 절대값이 현저히 적은 값이다. 또 가격성의 증가에 따라 델타 평균도 훨씬 완만하게 증가하고 내가격에서 거의 비슷한 수준의 델타 평균을 보인다. 이것은 이상치가 델타 평균에 미치는 영향이 가격성에 따라 상당히 다르기 때문이라는 것을 의미한다.

[표 5]의 콜옵션에서 유형 1(역반응)의 델타 평균의 절대값은 외가격보다 내가격 구간(M5, M6, M7)에서 뚜렷하게 더 크고 상대빈도는 외가격(M1, M2)에서 크게 나타나고 있다. 환언하면, 내가격 콜옵션에서 역반응의 빈도는 비교적 적지만, 일단 발생한 역반응은 비교적 큰 크기로 발생한다. 반대로 외가격에서는 비교적 작은 크기의 역반응이 높은 빈도로 발생한다.

풋옵션에서의 역반응도, 콜옵션의 경우와 비슷하다. 즉, 내가격(M1, M2, M3)에서 역반응의 평균이 외가격의 경우에 비해 더 크지만, 발생빈도는 외가격(M5, M6, M7)에서 더 크다. 특히 깊은 외가격(M7)에서 역반응의 40%가 발생하고 있다.

유형 2(과민반응)의 델타 평균은 옵션의 종류에 관계없이 가격성 구간과 큰 관련이 있어 보이지 않는다. 그러나 상대빈도는 가격성 구간과 뚜렷하게 관련된다. 즉, 콜과 풋옵션 모두의 외가격(콜의 M1, M2, M3와 풋의 M5, M6, M7)에서 과민반응의 상대빈도 합계가 5%에도 미달할 정도로 매우 희소하게 발생한다. 이와 대조적으로 내가격에서 비교적 큰 상대빈도를 보이고 있으며, 특히 깊은 내가격(콜의 M7과 풋의 M1)에서 과민반응의 상대빈도는 50% 내외의 큰 값을 보이고 있고 과민반응의 크기도 비교적 크게 나타나고 있다.

---

8) 충분히 큰 표본의 비율의 차이에 대한 검증통계량은 $Z=(p_1-p_2)\div\sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}$ 이다 (단, p_1과 p_2는 집단 1과 집단 2의 비율 또는 상대빈도, n_1과 n_2는 두 집단의 관찰치수이다). 그리고 $\bar{p}=(n_1p_1+n_2p_2)/(n_1+n_2)$이다.

[표 5] 이상치의 가격성 구간별 분포

이 표는 델타를 정상 자료와 이상치 유형별로 구분하여 가격성 구간별 평균과 상대빈도를 정리한 것이다. Nobs로 표시된 행의 수치는 각 유형별 관찰치수이고 괄호 안은 전체 관찰치수에 대한 구성비율이다. 평균은 델타의 가격성 구간별 평균이고 상대빈도는 가격성 구간별 관찰치수를 유형별 전체 관찰치수로 나눈 값이다. 이상치 유형별 상대빈도에서 **과 *은 정상의 상대빈도보다 1%와 5% 유의수준에서 더 크다는 것을 나타내고 ††과 †은 1%와 5% 유의수준에서 더 작다는 것을 나타낸다.

콜옵션	정상: $0 \le \Delta_C \le 1$		유형 1: $\Delta_C \le 0$		유형 2: $\Delta_C \ge 1$	
구간	평균	상대빈도	평균	상대빈도	평균	상대빈도
M1	0.0309	0.2072	−0.0398	0.3541**	2.0901	0.0029††
M2	0.1275	0.1185	−0.2271	0.1702**	3.6995	0.0090††
M3	0.3272	0.1311	−0.7140	0.1386	4.2402	0.0329††
M4	0.4735	0.0869	−1.6701	0.0594†	3.7013	0.0675
M5	0.5696	0.1260	−3.0715	0.0525††	3.0018	0.1638**
M6	0.6496	0.1107	−4.2240	0.0506††	2.9587	0.2003**
M7	0.6159	0.2195	−3.5758	0.1746††	3.8837	0.5235**
Nobs	23,002 (55.32%)		10,687 (25.70%)		7,893 (18.98%)	
풋옵션	정상: $-1 \le \Delta_P \le 0$		유형 1: $\Delta_P \ge 0$		유형 2: $\Delta_P \le -1$	
구간	평균	상대빈도	평균	상대빈도	평균	상대빈도
M1	−0.6212	0.1726	2.9769	0.1500*	−4.0891	0.4827**
M2	−0.6820	0.0909	3.8336	0.0568**	−2.7394	0.2219**
M3	−0.6195	0.1108	2.5970	0.0594**	−2.8432	0.1728**
M4	−0.4957	0.0796	2.1667	0.0629	−3.5164	0.0662
M5	−0.3416	0.1269	0.8467	0.1251	−4.1431	0.0356††
M6	−0.1614	0.1271	0.4586	0.1360	−5.0101	0.0131††
M7	−0.0497	0.2921	0.1097	0.4098††	−6.4316	0.0077††
Nobs	25,666 (59.49%)		9,782 (22.68%)		7,692 (17.83%)	

2) 잔여일수

잔여일수가 짧을수록 옵션 행사의 불확실성이 감소하고 거래자들이 지수변동에 대해 더 깊은 주의를 기울일 것이라는 판단이 가능하다면, 이상치의 크기나 발생빈도도 잔여일수가 짧을수록 작아질 것으로 예상될 수 있다. 이런 예상을 확인하기 위해 작성된 것이 [표 6]이다.

[표 3]에서 전체 자료의 델타 평균의 절대값이 4구간(11~15일)에서 특히 크다는 점에 주목한 바 있다. [표 6]을 보면, 매우 큰 과민반응이 4구간에서 발생하고 있다는 데에 그 이유가 있음을 알 수 있다. 콜과 풋옵션의 유형 2(과민반응)의 평균을 보면, 다른 구간은 +2.5 또는 −2.5 내외이지만 D4 구간에서 현저히 큰 6.7584 또는 −7.1986이다. 이처럼 만기일을 3주 정도 앞둔 시기에 특히 큰 과민반응이 발생하는 현상이 왜 발생하는지에 대해서도 추가적인 연구를 통해 설득력 있는 설명이 제시될 필요가 있다.

눈에 띄는 다른 현상은, 옵션 종류와 이상치의 유형에 관계없이 잔여일수가 짧은 D1과 D2 구간에서 정상치 자료에 비해 이상치의 상대빈도가 높고 잔여일수가 긴 D4와 D5 구간에서 상대빈도가 낮다. 잔여일수가 짧은 시기에 옵션거래자들이 지수변동에 더 깊은 주의를 기우릴 것이므로, 잔여일수가 짧을수록 이상치의 상대빈도가 낮을 것으로 예상되지만 실제

의 상대빈도는 그렇지 않다.

[표 6] 이상치의 잔여일수 구간별 분포

이 표는 델타를 정상 자료와 이상치 유형별로 구분하여 잔여일수 구간별 평균과 상대빈도를 정리한 것이다. Nobs로 표시된 행의 수치는 각 유형별 관찰치수이고 괄호 안은 전체 관찰치수에 대한 구성비율이다. 평균은 델타의 잔여일수 구간별 평균이고 상대빈도는 잔여일수 구간별 관찰치수를 유형별 전체 관찰치수로 나눈 값이다. 이상치 유형별 상대빈도에서 **과 *은 정상의 상대빈도보다 1%와 5% 유의수준에서 더 크다는 것을 나타내고 ††과 †은 1%와 5% 유의수준에서 더 작다는 것을 나타낸다.

콜옵션	정상: $0 \le \Delta_C \le 1$		유형 1: $\Delta_C \le 0$		유형 2: $\Delta_C \ge 1$	
구간	평균	상대빈도	평균	상대빈도	평균	상대빈도
D1	0.3892	0.0835	−1.2620	0.1233**	2.9866	0.1105*
D2	0.3712	0.1875	−1.4780	0.1795	3.0103	0.2420**
D3	0.3878	0.2358	−1.3510	0.2647**	2.4476	0.2378
D4	0.3842	0.2572	−1.3036	0.2245††	6.5784	0.2168††
D5	0.3903	0.2361	−0.8616	0.2080††	2.4876	0.1930††
Nobs	23,002 (55.32%)		10,687 (25.70%)		7,893 (18.98%)	
풋옵션	정상: $-1 \le \Delta_P \le 0$		유형 1: $\Delta_P \ge 0$		유형 2: $\Delta_C \le -1$	
구간	평균	상대빈도	평균	상대빈도	평균	상대빈도
1	−0.3426	0.0844	1.8363	0.1181**	−2.7069	0.1186**
2	−0.3608	0.1694	1.1023	0.2579**	−2.8225	0.2178**
3	−0.3325	0.2433	0.9699	0.2532	−2.3064	0.2305
4	−0.3615	0.2630	1.0739	0.1973††	−7.1986	0.2241††
5	−0.3738	0.2399	1.2074	0.1735††	−2.3334	0.2090††
Nobs	25,666 (59.49%)		9,782 (22.68%)		7,692 (17.83%)	

3) 거래량

유동성이 낮을 때 또는 거래량이 충분하지 않을 때 시장효율성이 떨어지게 되므로 델타 이상치가 발생할 가능성이 클 것으로 추측될 수 있다. [표 7]은 개별 옵션 계약의 일간 거래량을 그 크기에 따라 6개의 구간으로 구분하고 옵션 델타의 유형별 평균과 상대빈도를 보여주고 있다. 이 표에서 눈에 띄는 점은 거래량이 매우 적다고 할 수 있는 1~2계약의 구간에서 유형 1(역반응)과 유형 2(과민반응)의 델타 평균과 상대빈도가 현저히 높으며, 특히 유형 2의 델타 평균이 두드러지게 크다. 이것은 당연한 결과로서, 거래량이 매우 적을 때 델타 이상치가 발생할 가능성이 클 것이라는 추측은 충분한 실증적 근거를 갖고 있다고 볼 수 있다.

[표 7] 이상치의 거래량 구간별 분포

이 표는 델타를 정상 자료와 이상치 유형별로 구분하여 일간 거래량(계약수) 구간별 평균과 상대빈도를 정리한 것이다. 거래량은 모든 옵션 계약의 일간 거래량을 최소치(1계약)로부터 10퍼센타일(2계약)까지, 10퍼센타일로부터 25퍼센타일까지, 등등의 방법으로 6개 구간으로 나누었다. Nobs로 표시된 행의 수치는 각 유형별 관찰치수이고 괄호 안은 전체 관찰치수에 대한 구성비율이다. 평균은 델타의 거래량 구간별 평균이고 상대빈도는 거래량 구간별 관찰치수를 유형별 전체 관찰치수로 나눈 값이다. 이상치 유형별 상대빈도에서 **과 *은 정상의 상대빈도보다 1%와 5% 유의수준에서 더 크다는 것을 나타내고 ††과 †은 1%와 5% 유의수준에서 더 작다는 것을 나타낸다.

콜옵션	구간 범위		정상: $0 \le \Delta_C \le 1$		유형 1: $\Delta_C \le 0$		유형 2: $\Delta_C \ge 1$	
구간상한	부터	까지	평균	상대빈도	평균	상대빈도	평균	상대빈도
10%ile	1	2	0.4442	0.1108	−2.3387	0.1382**	6.2217	0.2074**
25%ile	2	25	0.5128	0.1244	−1.8927	0.1350	2.6381	0.2525**
50%ile	25	2,896	0.5034	0.2615	−1.6397	0.2031††	2.8299	0.3622**
75%ile	2,896	79,372	0.3000	0.2256	−0.5734	0.2295	2.8752	0.1027††
90%ile	79,372	313,517	0.2503	0.1609	−0.5665	0.1674	3.2096	0.0426††
100%ile	313,517	10,050,701	0.2727	0.1169	−0.8847	0.1268	4.0813	0.0326††
Nobs			23,002 (55.32%)		10,687 (25.70%)		7,893 (18.98%)	
풋옵션	거래량 범위		정상: $-1 \le \Delta_P \le 0$		유형 1: $\Delta_P \ge 0$		유형 2: $\Delta_C \le -1$	
구간상한	부터	까지	평균	상대빈도	평균	상대빈도	평균	상대빈도
10%ile	1	2	−0.5039	0.0749	1.9350	0.1092**	−5.5956	0.2014**
25%ile	2	25	−0.5657	0.0858	2.2421	0.0936	−3.4250	0.2137**
50%ile	25	2,896	−0.5359	0.2055	1.6566	0.1979	−2.7270	0.3697**
75%ile	2,896	79,372	−0.2577	0.3284	0.5874	0.3362	−3.1537	0.1313††
90%ile	79,372	313,517	−0.2223	0.1915	0.4761	0.1649†	−3.2970	0.0463††
100%ile	313,517	10,050,701	−0.2815	0.1139	1.4569	0.0981	−3.5820	0.0376††
Nobs			25,666 (59.49%)		9,782 (22.68%)		7,692 (17.83%)	

[표 7]에서 주목할 필요가 있는 점은 거래량이 증가할수록 유형 1(역반응)의 델타 평균의 절대값이 감소하지만, 거래량이 매우 큰 상위 10% 구간에서는 델타 평균의 절대값이 오히려 증가한다는 점이다. 이것은 거래량이 매우 클 경우 반대(contrarian) 의견을 갖는 거래가 강하게 작용된다는 것을 말한다. 유형 2(과민반응)의 델타 평균의 절대값은 매우 적은 거래량(1~2계약)일 때를 제외하면 큰 변화가 없다. 매우 적은 거래량의 구간에서 델타 평균의 절대값이 큰 것은 지수변동에 대해 사적 정보를 갖는 극소수의 투자자들이 과민반응을 보이는 경우로 보인다.

거래량이 적을 때 이상치 발생의 상대빈도가 높지만, 그런 관찰치를 표본에서 제외하더라도 전체적으로 이상치의 빈도가 매우 높다는 결론은 크게 달라지지 않는다. [표 7]에서 1일 거래량이 300계약 초과인 경우를 보면, 콜옵션 이상치의 빈도는 38.62%(유형 1이 28.37%, 유형 2가 10.25%)이고 풋옵션의 그것은 33.37%(유형 1이 23.89%, 유형 2가 9.48%)이다. 이 비율은 거래량 제한이 없는 모든 표본에서의 상대빈도인 콜옵션의 44.68%, 풋옵션의 40.51%에 비해 상당히 낮아진 수치이긴 하지만, 여전히 매우 높은 비율이라는 사실에는 변함이 없다. 거래량을 1,000계약 초과로 크게 증가시킨 경우에도 이상치 빈도는 콜옵션

38.01%, 풋옵션 32.31%로서 여전히 매우 높은 수준이다. 이 결과는 상당히 큰 거래량 또는 유동성을 보인 경우에도 델타 이상치가 매우 높은 빈도로 발생하고 있다는 사실을 말해준다.

[표 8] 1일 거래량이 클 경우의 이상치 유형별 상대빈도

이 표는 1일 거래량이 300계약 또는 1,000계약을 초과할 경우의 이상치 유형별 상대빈도를 보여준다. 상대빈도는 각 유형별 관찰치수를 전체 관찰치수로 나눈 비율이다.

1일 거래량	종류	통계량	정상치	유형 1	유형 2	전체 관찰치수
300계약 초과	콜옵션	상대빈도	0.6138	0.2837	0.1025	23,294
		델타 평균	0.3137	−0.7501	2.9068	
	풋옵션	상대빈도	0.6663	0.2389	0.0948	28,123
		델타 평균	−0.2847	0.7439	−3.0020	
1,000계약 초과	콜옵션	상대빈도	0.6199	0.2932	0.0869	20,780
		델타 평균	0.2951	−0.6831	3.0672	
	풋옵션	상대빈도	0.6769	0.2433	0.0798	25,842
		델타 평균	−0.2683	0.7014	−3.1559	

VI. 요약과 결론

이 논문에서는 코스피200 지수옵션 델타의 통계적 특성에 대한 실증적 분석을 시도하였다. 이를 위해 2010년 1월4일부터 2016년 6월9일(1,591일)까지 코스피200 지수옵션의 모든 근월물 일별 가격자료로부터 매일의 델타를 계산하고, 그 델타가 Bergman et al.(1996)의 이론적 제약을 벗어난 이상치, 즉 콜옵션 델타의 경우 0과 1, 풋옵션 델타의 경우 −1과 0의 범위 밖에 있는 관찰치의 특성에 대해 기술통계적 분석을 시도하였다.

이 논문에서 발견된 가장 중요한 결과는 이상치의 크기와 발생 빈도가 매우 크다는 사실이다. 이상치의 빈도는 콜옵션의 경우 유형 1(역반응)이 전체의 25.70%, 유형 2(과민반응)가 18.98%로서 전체의 44.68%에 달한다. 풋옵션의 경우 유형 1이 22.68%, 유형 2가 17.83%, 그 합계는 40.51%에 달한다. 이상치의 델타 평균도 매우 크다. 유형 1(역반응)의 델타 평균은 콜옵션이 −1.2503, 풋옵션이 1.1681으로서 임계값인 0으로부터 크게 벗어나 있고, 유형 2의 델타 평균도 콜옵션이 3.5465, 풋옵션이 −3.5684로서 임계값인 ±1에서 크게 벗어나 있다.

이상치의 발생빈도와 그 크기는 가격성, 잔여일수 및 거래량의 크기와 뚜렷한 관련을 보인다.

유형 2의 상대빈도는 가격성 구간과 뚜렷하게 관련된다. 콜과 풋옵션 모두의 외가격에서 과민반응의 상대빈도가 매우 희소하게 발생하지만, 내가격에서 비교적 큰 상대빈도를 보이고 있으며, 특히 깊은 내가격에서 과민반응의 상대빈도는 50% 내외의 큰 값을 보이고 있고 과민반응의 크기도 비교적 크게 나타나고 있다.

잔여일수와 이상치의 크기 및 빈도 사이에도 관련이 존재한다. 만기일까지 11~15일 정도 남겨진 D4 구간에서 유형 2(과민반응)의 평균이 두드러지게 크다는 특수한 현상이 관찰된

다. 또 잔여일수가 짧은 D1과 D2 구간에서 유형 1과 2의 상대빈도가 정상치보다 유의하게 크게 발생하고 있다.

당연한 결과로 볼 수도 있지만, 일간 거래량이 매우 적을 때 이상치의 평균과 빈도가 비교적 크게 나타난다. 그렇다고 해서 일간 거래량이 충분히 클 경우만을 표본으로 사용한다고 해서 이상치의 발생빈도가 크다는 결론이 달라지지는 않는 것으로 보인다. 1일 거래량이 1,000계약 초과인 경우만을 관찰하더라도 이상치 빈도는 콜옵션 38.012%, 풋옵션 32.31%로서 여전히 매우 높은 수준이다. 또 거래량이 매우 큰 상위 10% 구간에서 유형 1의 이상치 평균이 다른 경우보다 크다는 점에도 주목할 필요가 있다.

이상의 통계적 결과들은 몇 가지 중요한 시사점을 제공한다. 그 하나는, 이론적 제약을 벗어난 델타의 빈도가 이처럼 크고 그것들의 델타 평균도 이론적 임계값에서 크게 벗어나 있다면, 코스피200 지수옵션은 더 이상 여분자산으로 간주될 수 없으며 헤징을 위한 수단으로 사용하기 어렵다고 결론내릴 수 있다. 두 번째의 시사점은 많은 투자자들이 옵션이 일종의 도박 또는 투기자산으로 인식하는 것이 상당한 통계적 근거를 갖고 있다는 점이다.

저자는 Bakshi et al.(2000)이 말하는 미시구조적 문제를 넘어서 보다 근본적인 데에 이상치 발생의 원인이 있다고 판단하고 있으며, 그런 의미에서 이 논문의 분석 결과들은 지수옵션의 이상치에 관한 심층적인 추가적 연구가 필요함을 시사하고 있다. 그 중에서도 저자는 높은 수준의 이상치 발생빈도를 설명할 수 있는 행태재무적 분석과 선제적 거래 또는 가격오차 수정행동에 관한 실증적 연구가 특히 필요하다고 생각한다.

참고문헌

강소현, 윤선중(2009), “KOSPI200 지수옵션시장에서 조정내재변동성의 정보효과,” 선물연구, 17권 4호,

강장구, 류두진(2009), “옵션시장에서 GARCH 계열 모형들의 성과비교에 관한 연구,” 한국증권학회지, 38권 2호, pp.137-176.

남길남·이효섭(2012), 주가지수 파생상품 만기일효과에 관한 연구, 자본시장연구원.

이재하, 권상수(2001), “코스피200 옵션 내재변동성의 예측력,” 선물연구, 9권 1호, pp.25-50.

장국현(2001), “한국옵션시장에서의 변동성 예측과 예측성과 비교에 관한 연구,” 선물연구, 9권 1호.

조 담(2015), “코스피200 지수옵션의 내재변동성,” 선물연구, 23권 4호, pp. 517~541

Amin, K., J. D. Coval & H. N. Seyhun(2004), “Index Option Prices and Stock Market Momentum,” *Journal of Business* 77, pp.835-874.

Bakshi, G., C. Cao and Z. Chen(2000), “Do Call Prices and the Underlying Stock Always Move in the Same Direction?” *Review of Financial Studies*, 13-3, pp.549-584.

Bergman, Y., B. Grundy & Z. Wiener(1996), “General Properties of Options,” *Journal of Finance*, 51, pp.1573-1610

Bing, H.(2007), “Investor Sentiment and Option Prices,” *Review of Financial Studies*, 21-1, pp.387-414.

Black, F. and M. Scholes(1973), “The Pricing of Options and Corporate Liabilities,” *Journal of Political Economy*, 81, pp.637-659.

Hull, J. C.(2009), *Options, Futures, and Other Derivatives*, 7th ed., Prentice Hall.

Jackwerth, J. C., & P. Schultz(1990), “Recovering Probability Distributions from Option Prices,” *Journal of Finance* 51, pp.1611-31.

Kim, I. J. & S. Kim(2004), “Empirical Comparison of Alternative Stochastic Volatility Option Pricing Models : Evidence from Korean KOSPI200 Index Options Market,” *Pacific-Basin Finance Journal*, 12, pp.117-142.

Low(2004), “The Fear and Exuberance from Implied Volatility of S&P 100 Index Options,” *Journal of Business*, 77-3, pp.527-546.

Poteshman, A. M.(2001), “Underreaction, Overreaction, and Increasing Misreaction to Information in the Options Market,” *Journal of Finance* 56, pp.851-876.

Stein, J.(1989), “Overreactions in the Options Market,” *Journal of Finance* 50, pp.1011-1022.

Shefrin, H.(2007), *Behavioral Corporate Finance : Decisions that Create Value*, McGraw-Hill. 조담(번역), 행태과학으로 본 재무관리(청람, 2012), 제1장.

Abstract: An Empirical Analysis on Delta Violations of the KOSPI 200 Index Options

Dam Cho
(damcho.jnu.ac.kr)
January 20, 2017

This paper is an empirical study on delta violations of the KOSPI 200 index options to test the theoretical constraint established by Bergman et al.(1996), that is $0 \leq \Delta_C \leq 1$ and $-1 \leq \Delta_P \leq 0$ where Δ_C and Δ_P are deltas of call and put options respectively. I used daily price data of the near-maturity contracts from January 4, 2010 to June 9, 2016 to compute deltas. The delta violation is defined as follows; Type 1 violation is $\Delta_C \leq 0$ for call option or $\Delta_P \geq 0$ for put option, which means reverse reaction of option price to index change, and Type 2 violation is $\Delta_C \geq 1$ for call option or $\Delta_P \leq -1$ for put option, which means overreaction of option price.

The most important finding of this paper is that the frequency and the size of delta violations are unexpectedly large. The relative frequencies of Type 1 (reverse response) and Type 2 (overreaction) violations are respectively 25.70% and 18.98% of call option deltas. Those of put option deltas are 22.68% and 17.83%. The average of delta of Type 1 is -1.2503 and that of Type 2 is 3.5465 for call options, and those for put options are 1.1681 and -3.5684. These statistics show that more than 40% of option deltas are violated from theoretical constraints and the average of violations are much larger than expected.

These results suggest that KOSPI200 index options cannot be regarded as redundant assets and used as hedging devices. The frequency and size of violations give statistical evidence supporting popular conception that index options are gambles or speculative asset.

Frequencies of violations appear to be related to moneyness, days to maturity and daily transaction volumes. Two of notable results among many findings in this paper are; the frequencies of Type 2 violations for deep in-the-money options are close to 50% regardless of option type and the averages of Type 2 violations both for call and put options are much larger only when we have 11 to 15 days to maturity,

Key words: index option, delta, overreaction, moneyness, violation.